システム制御 I

4学期
月 5, 6限　14:00-16:10
木 3, 4限　11:00-13:10
5号館 第15講義室 (システムコース）

担当:平田 健太郎

1/30　第14回

フィードバック制御系の特性

Schedule

1. 12/2 (today)
2. 12/5
3. 12/9
4. 12/12
5. 12/16
6. 12/19
7. 12/23
8. 1/6
9. 1/9 中間試験
10. 1/16
11. 1/20
12. 1/23
13. 1/27
14. 1/30 演習
15. 2/3 演習
16. 2/6 期末試験

フィードバック制御系の安定性

- 結合系の特性
- フィードバック制御系の安定性
- ナイキストの安定定理
- 安定余裕, ロバスト安定性

フィードバック制御系の特性

- FF vs. FB
- 感度関数
- 定常特性・内部モデル原理
- 二自由度制御系

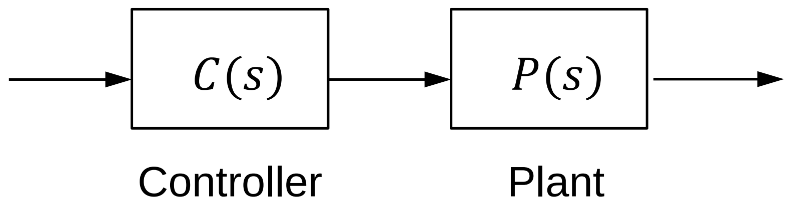
To Do（前回）

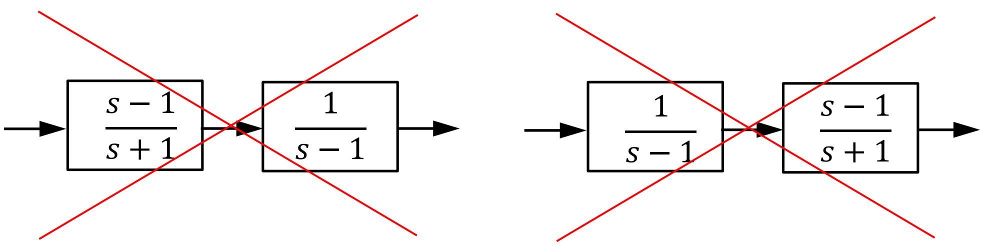
1）（Webにアクセスしてこの資料をダウンロードする）
2）復習（教科書 6章）
3）教科書 7.1～7.4 を読む.
4）Web にアップロードする演習問題 (4) をやってくる.

フィードバック制御系の特性

フィードフォワード制御とフィードバック制御

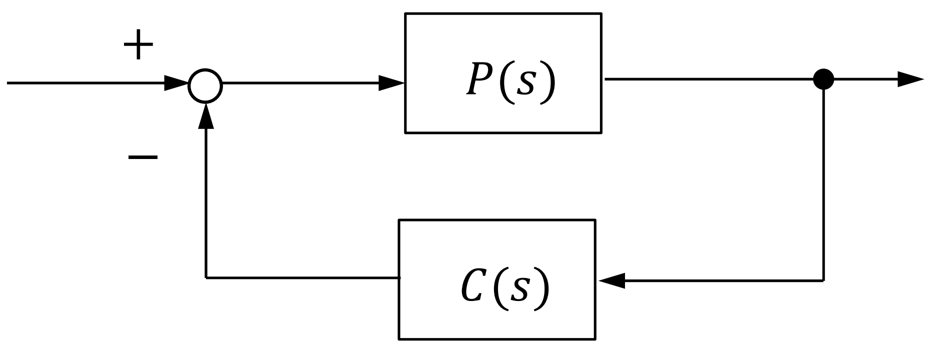
FF





- 速い制御が可能
- 制御対象の正確な知識が必要
- 安定性を変化させられない

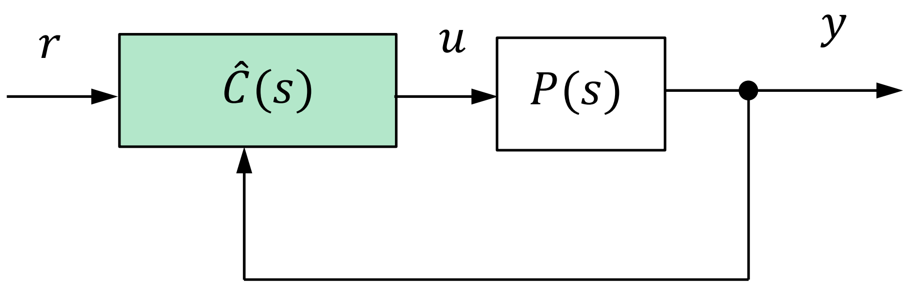
FB



- 応答速度には限界がある
- 制御対象の不確かさをある程度許容できる
- 安定性を含む特性を柔軟に変化させられる

フィードバック構造によって種々の特性改善

2自由度制御系：　FFとFB双方のよいところを活かす

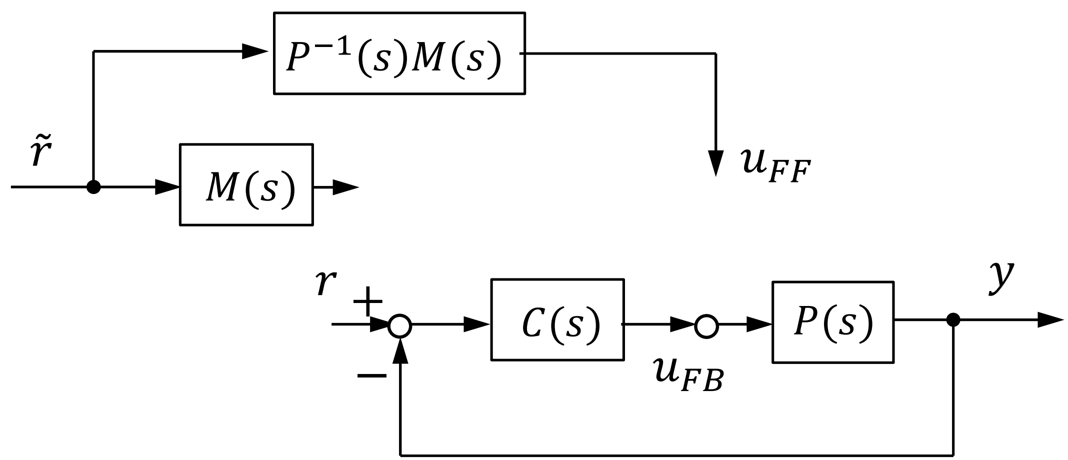


$\hat{C}(s)$: 2自由度制御器

r と y の両方から制御入力 u を決定

具体的には

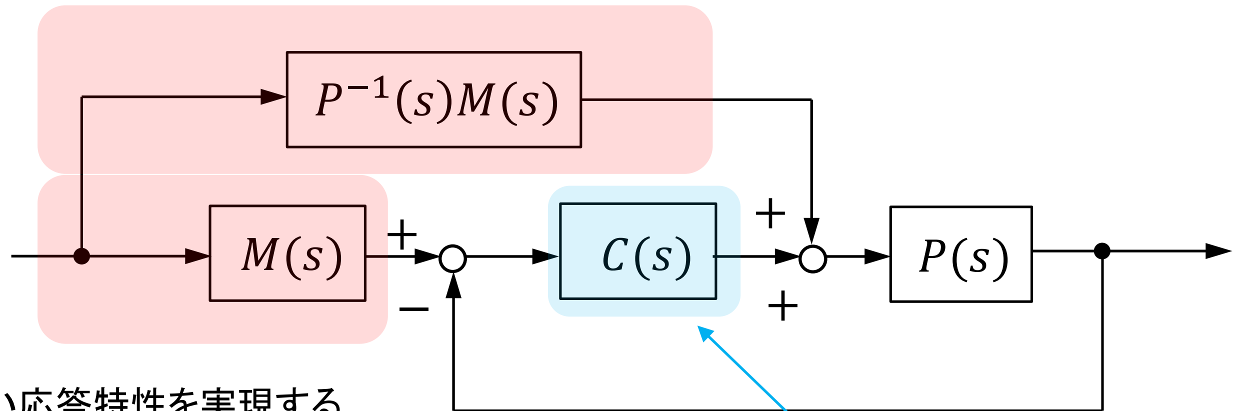
Feedforward Control



Feedback Control

フィードフォワード制御器

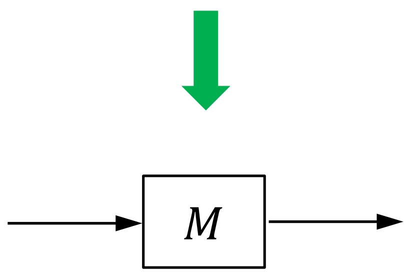
（ブロック線図の簡単化の例）



望ましい応答特性を実現する

フィードバック制御器

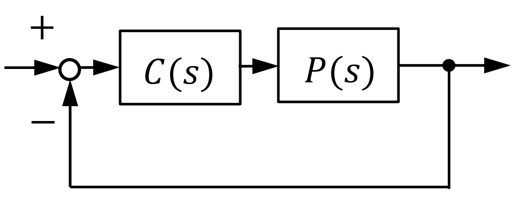
$1 + P(s)C(s) = 0$ を安定にする

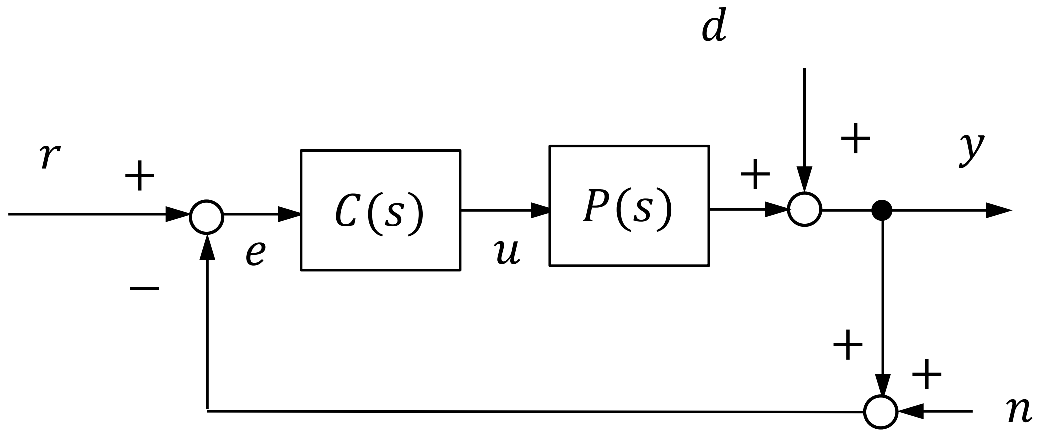


望ましい応答特性を M として与えておく

種々の伝達特性：

フィードバック制御系の使命は安定化だけではない





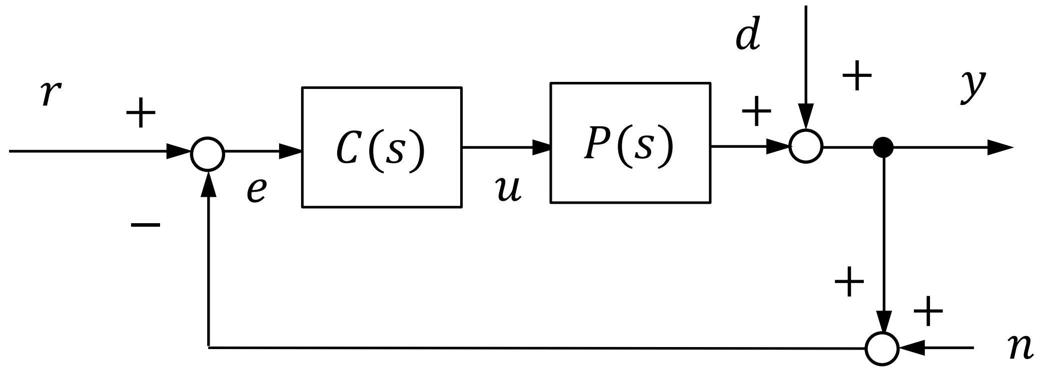
r: 目標値, e: 偏差, u: 制御入力, d: 外乱, y: 出力, n: 雑音

r から e への伝達関数　　　他の入力信号 $n = d = 0$ とおく.

$$e = r - PCe \quad \Rightarrow \quad e = \frac{1}{1+PC} r$$

感度関数

$$S(s) := \frac{1}{1+P(s)C(s)}$$



r: 目標値，e: 偏差，u: 制御入力，d: 外乱，y: 出力，n: 雑音

r から e への伝達関数　　$e = S(s)r$

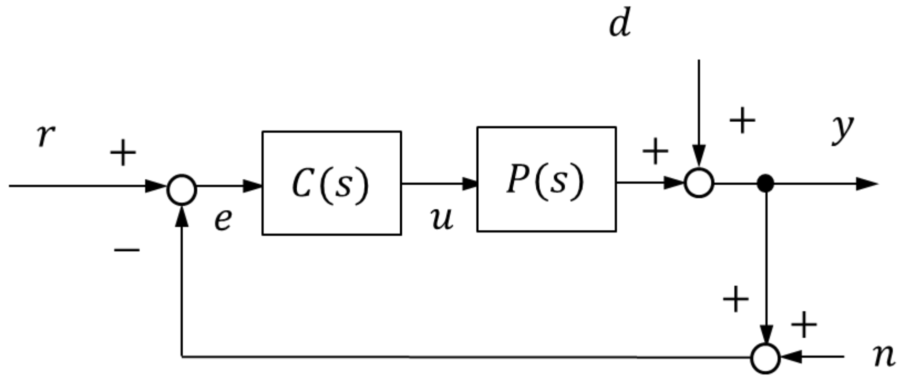
d から y への伝達関数　　$y = PC(-y) + d$ ➡ $y = S(s)d$

$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)}$$ 感度関数

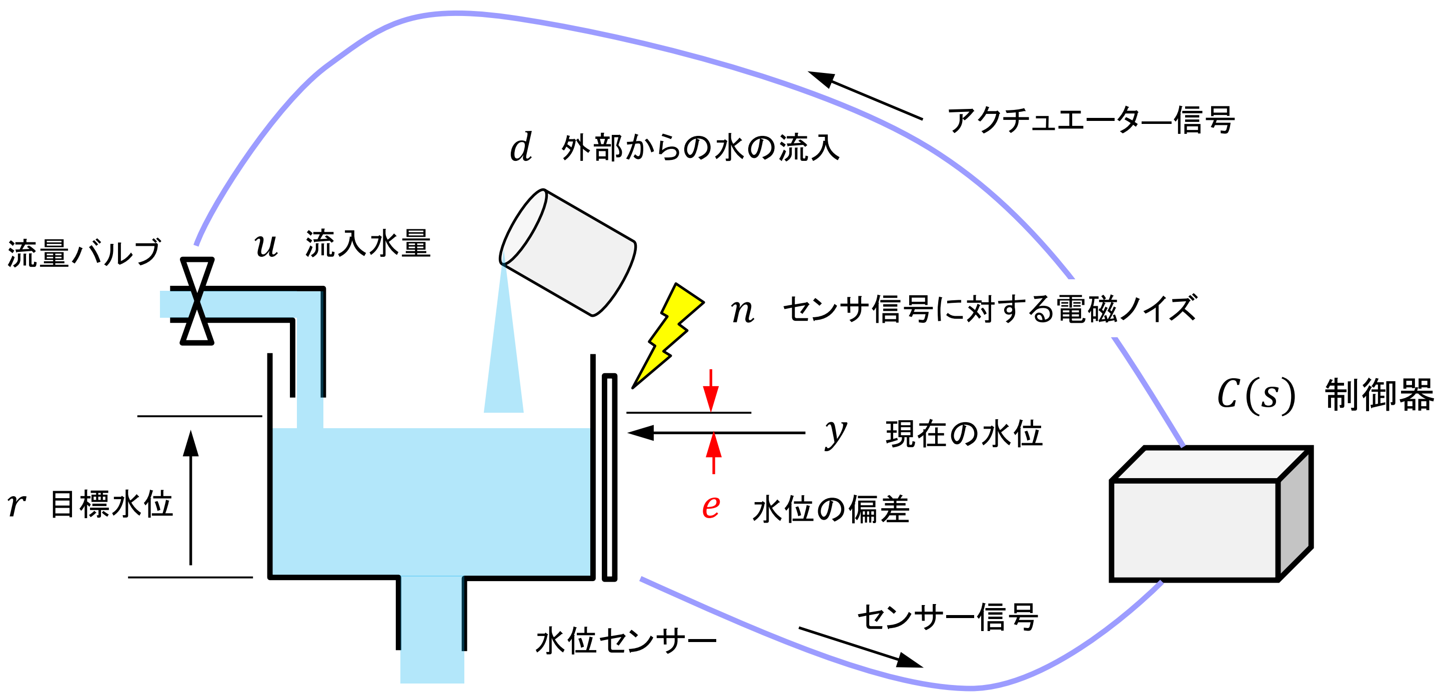
r から y への伝達関数
(n から y)

$$T(s) := \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)}$$ 相補感度関数

例：水位制御系



r: 目標値, e: 偏差, u: 制御入力, d: 外乱, y: 出力, n: 雑音



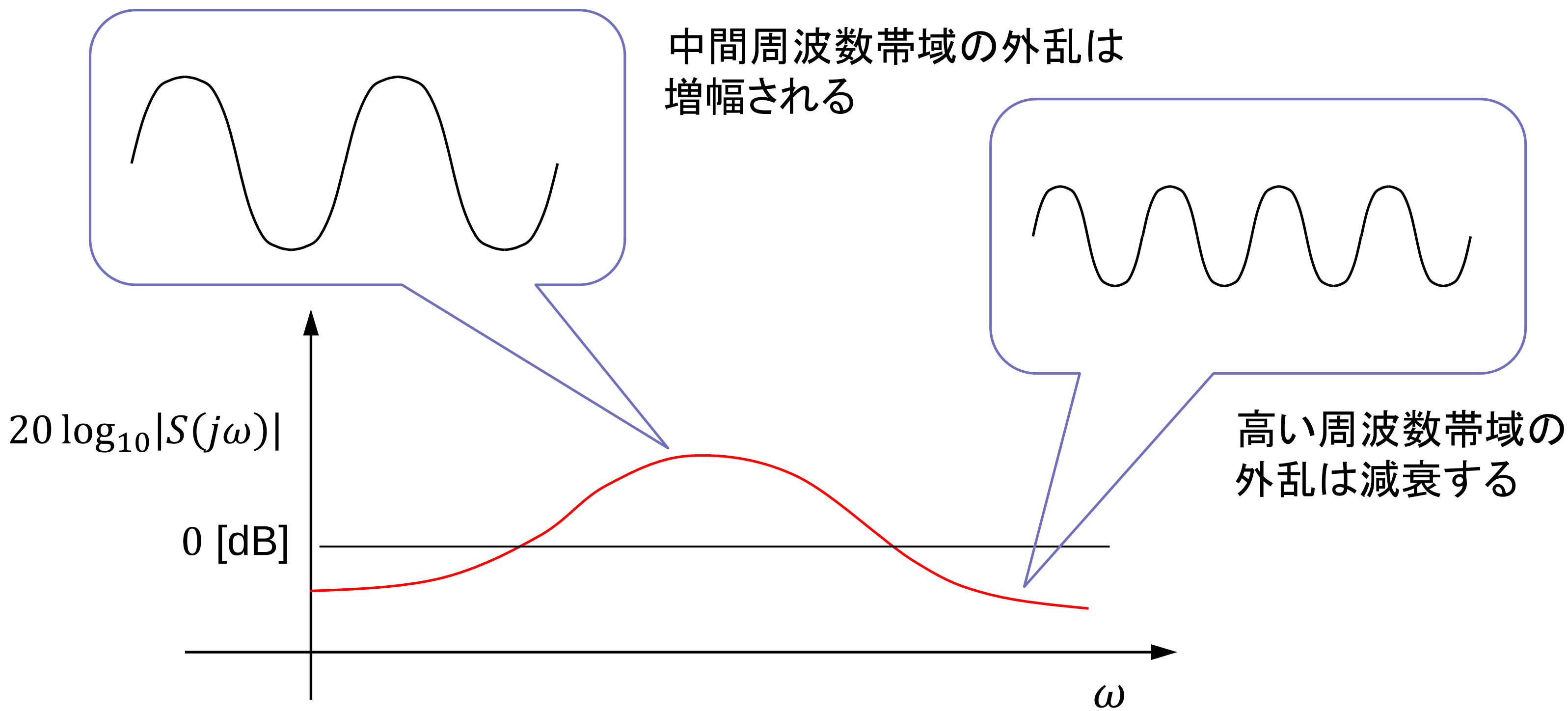
$P(s)$ 制御対象（タンクシステム, 1次系）

感度関数　　　d から y への伝達関数　➡　d　外部からの水の流入

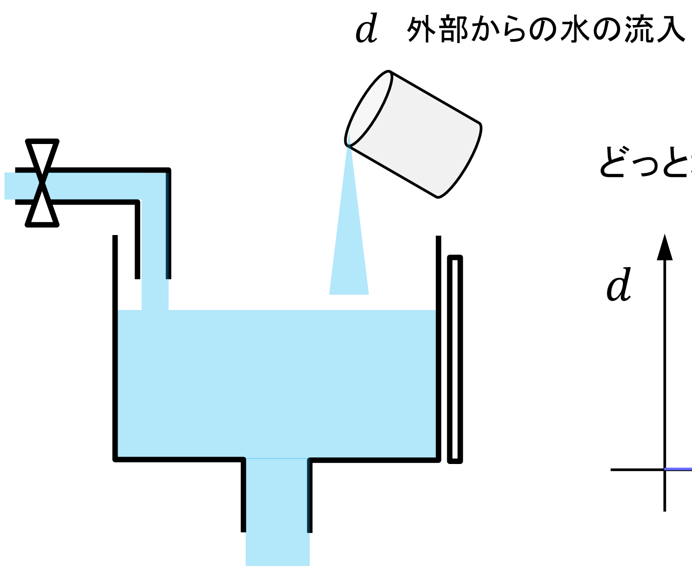
$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)}$$

y　現在の水位

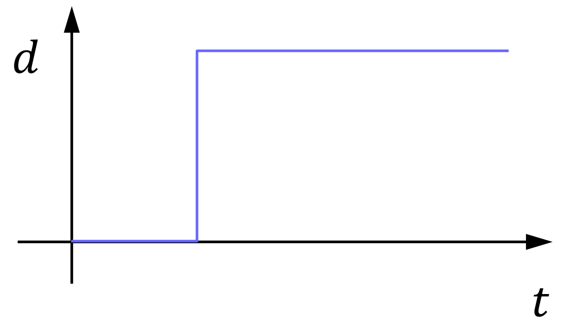
要求: 外部からの水の流入があっても水位の変動を抑えたい (瞬間的には無理だが).



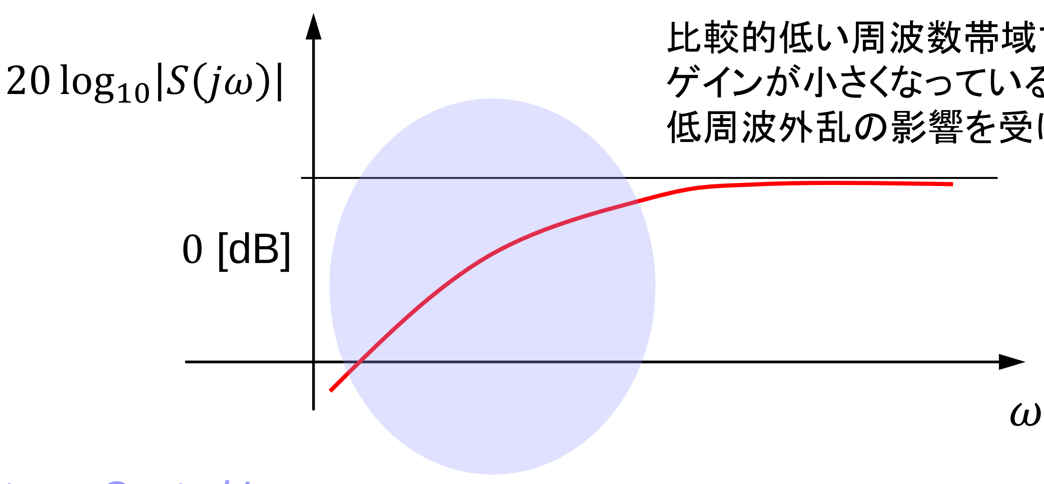
感度関数の周波数特性
$S(s)$のボーデ線図（ゲイン線図）



どっと増える外部からの水の流入はステップ状の変化として記述できる



ステップ信号（直流）
の周波数は 0



比較的低い周波数帯域で感度関数の
ゲインが小さくなっていると, 直流を含む
低周波外乱の影響を受けにくい

相補感度関数　n から y への伝達関数

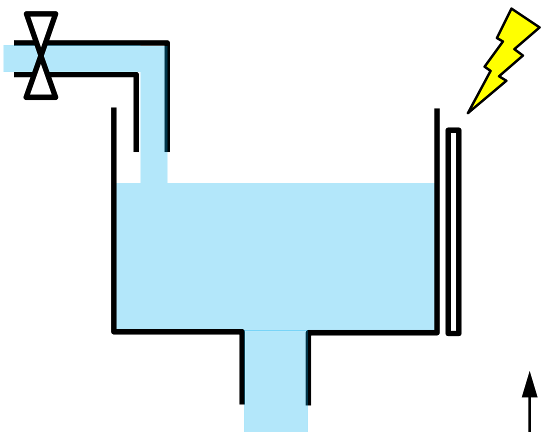
$$T(s)=\frac{P(s)C(s)}{1+P(s)C(s)}$$

n　センサ信号に対する電磁ノイズ

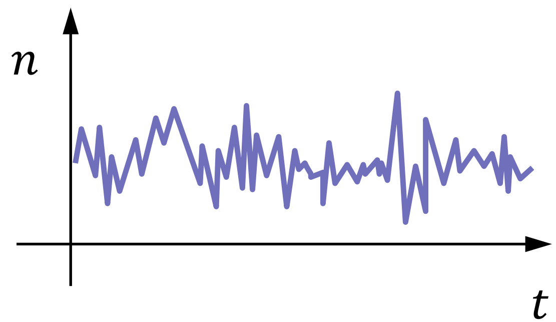
y　現在の水位

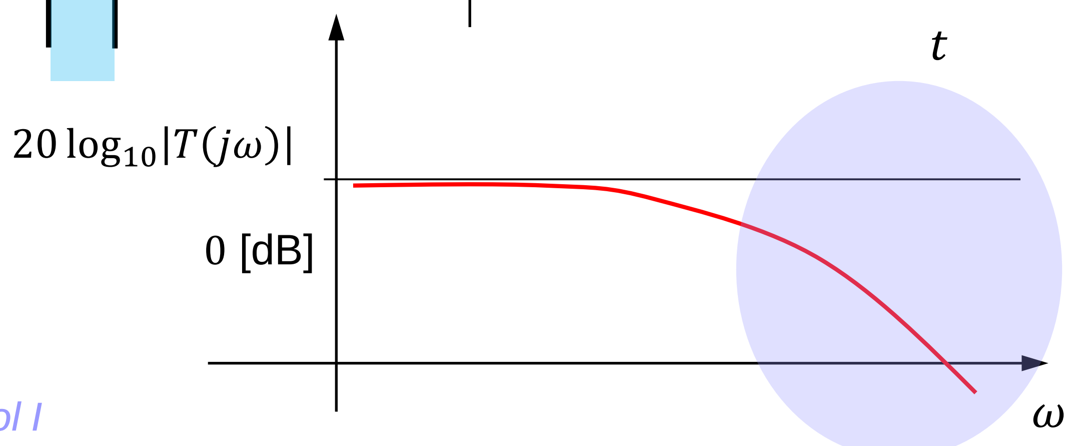
要求: センサ信号に対するノイズの影響で, 実際の水位が変化していない場合にも, 水位変動があると誤解してバルブを開閉してしまい, それによって水位変動が起こる. これも可能な限り抑えたい.

n　センサ信号に対する電磁ノイズ



通常, 電磁ノイズは高い周波数成分を持つ信号として記述できる





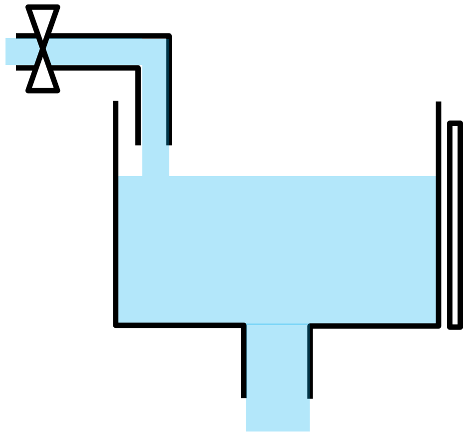
比較的高い周波数帯域で相補感度関数のゲインが小さくなっていると, 高周波ノイズの影響を受けにくい

相補感度関数　r から y への伝達関数でもある

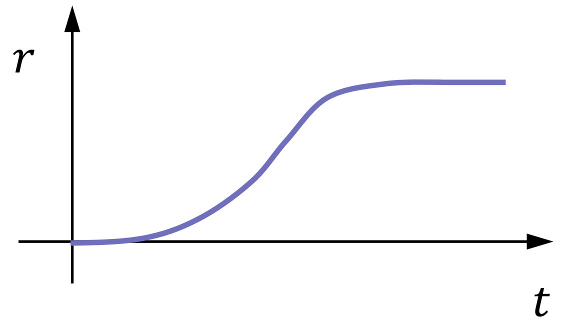
r　目標水位
y　現在の水位

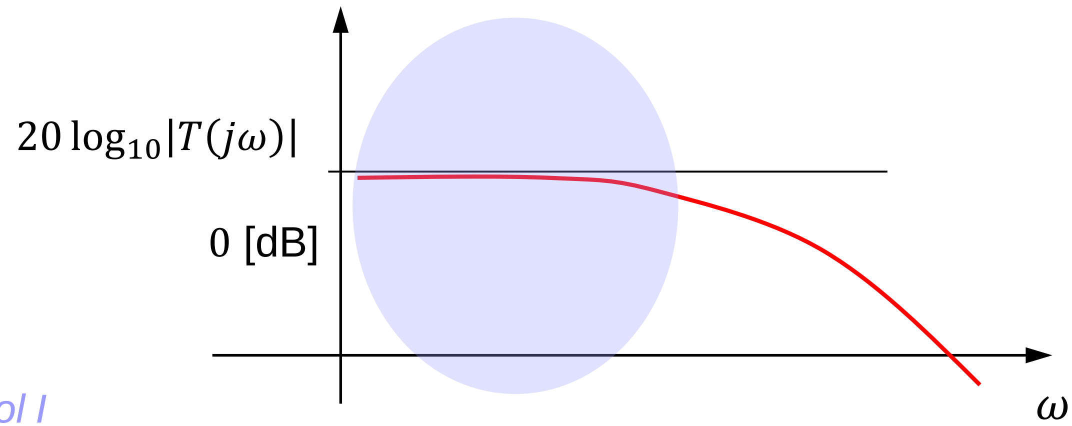
$$T(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)}$$

要求:　$T(s) \simeq 1$ なら目標値に出力が完全に追従するのでうれしい



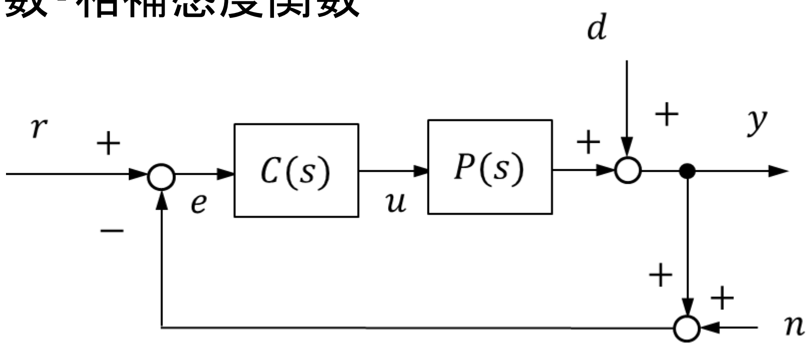
目標値はゆるやかに変化する, すなわち比較的低い周波数成分をもつとすると…





比較的低い周波数帯域で相補感度関数のゲインが1 (0 [dB]) になっていると, ゆるやかな目標値変化に対して完全追従できる. 高い周波数まで 1 にできればうれしいが, 現実的に不可能.

感度関数・相補感度関数



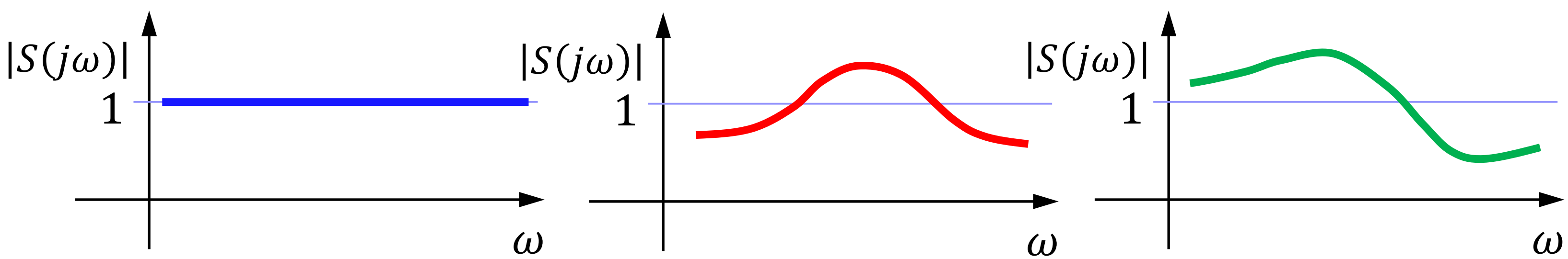
$$S(s)=\frac{1}{1+P(s)C(s)}$$

$$e=S(s)\,r,\; y=S(s)\,d$$

一巡伝達関数 $P(s)C(s)$ が安定, 相対次数が2以上, 閉ループ系が安定

ボーデの定理

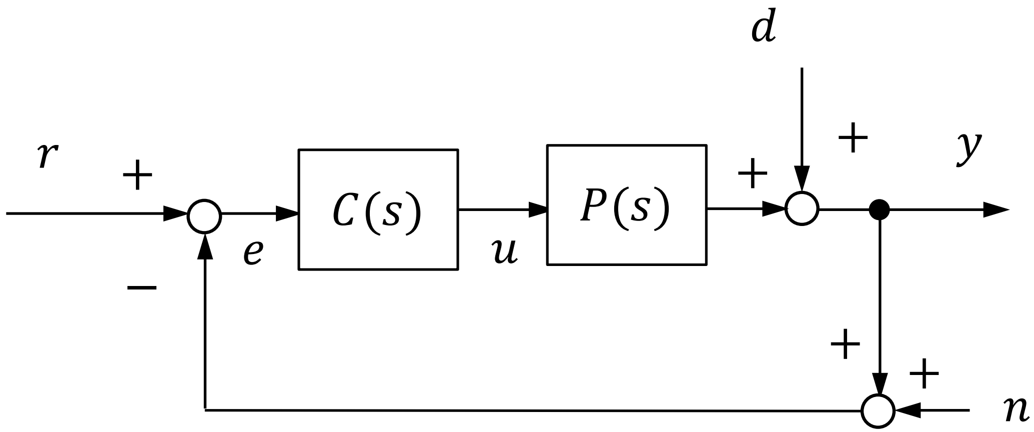
$$\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\log|S(j\omega)|\,d\omega=0$$



$C(s)$をどのように選んでも$|S(j\omega)|$ を全周波数帯域で小さくすることは出来ない

性能の限界

感度関数・相補感度関数



$$S(s) = \frac{1}{1 + P(s)C(s)}$$

$$T(s) = \frac{P(s)C(s)}{1 + P(s)C(s)}$$

$$y = T(s)\,r, y = T(s)\,n$$

$$S(s) + T(s) = 1$$

独立に性能を選ぶことは出来ない

⬇

性能のトレードオフ

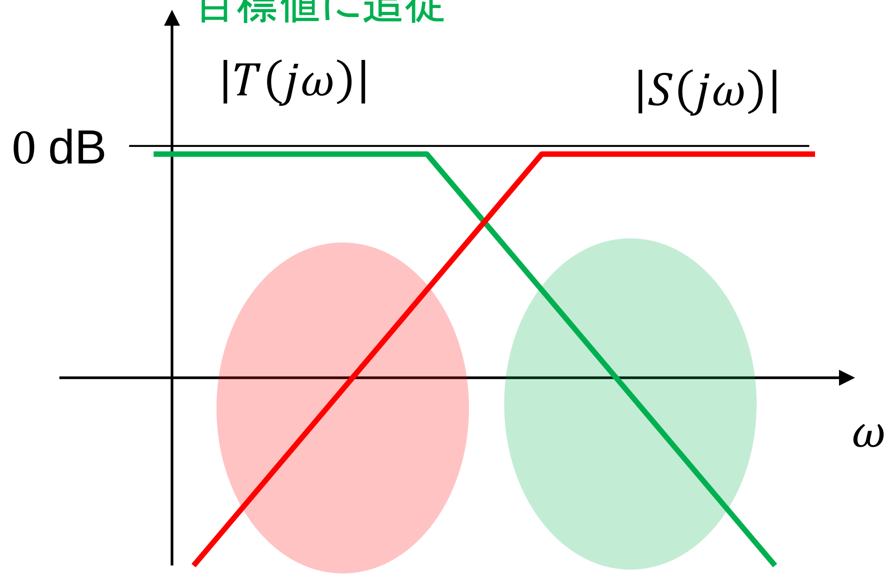
感度関数・相補感度関数の設計

$$S(s) + T(s) = 1$$

独立に性能を選ぶことは出来ない

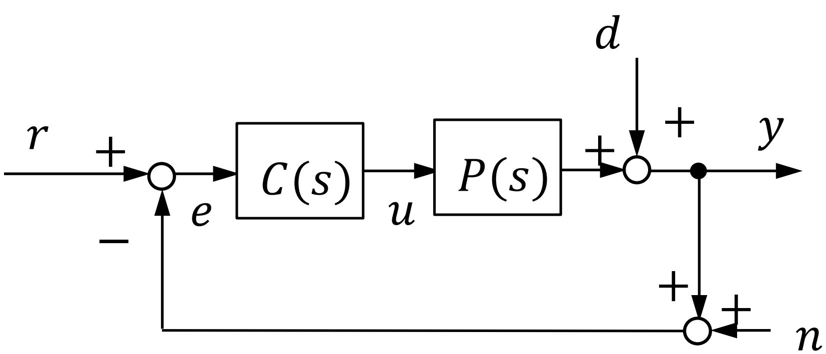
性能のトレードオフ

低周波域では
目標値に追従



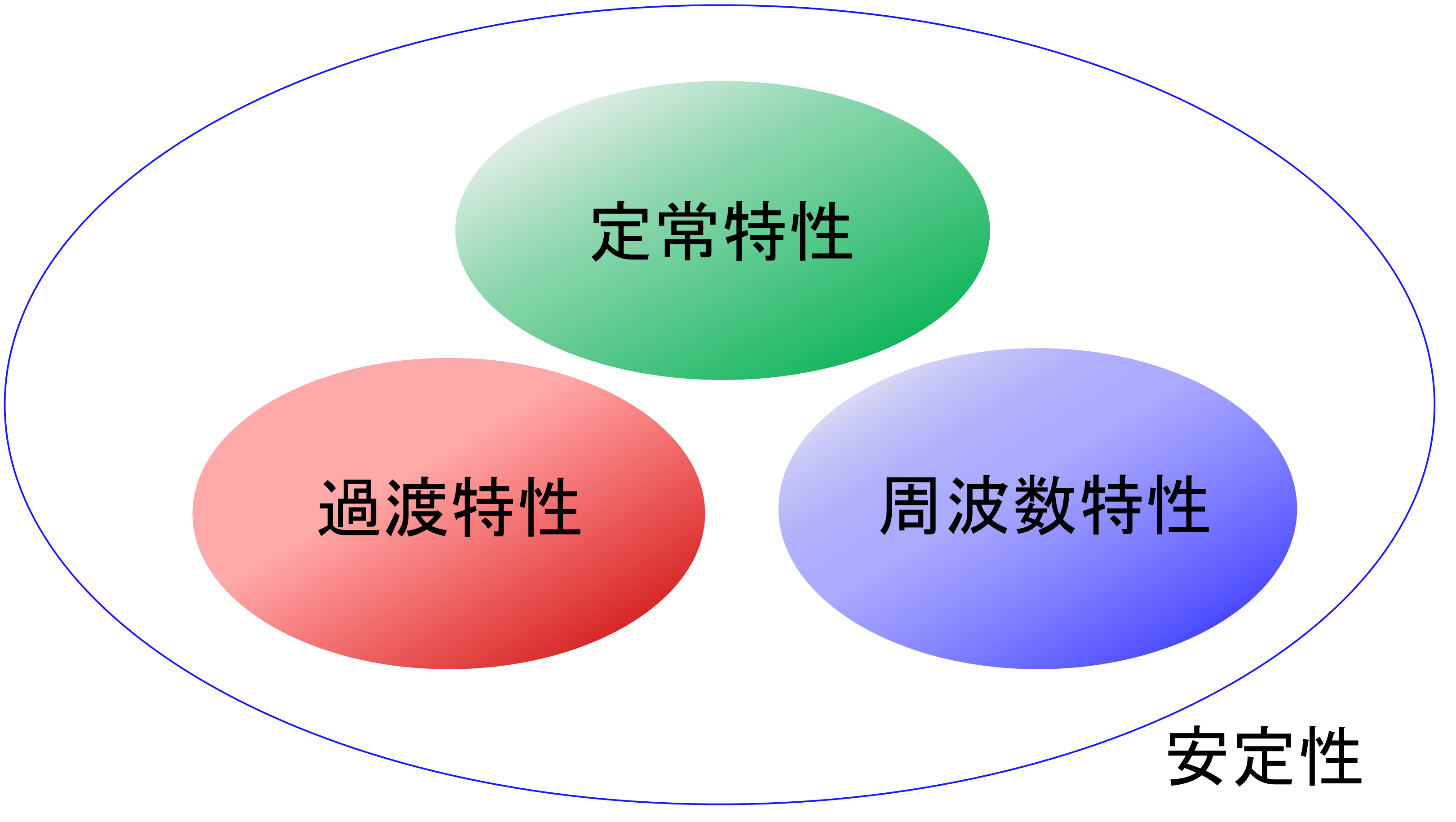
低周波外乱の
影響を除去

高周波雑音の
影響を低減

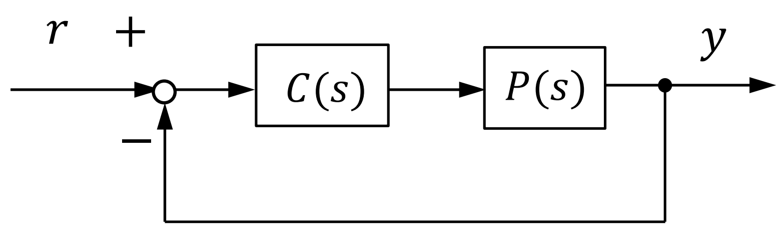


$$e = S(s)\, r, y = S(s)\, d \qquad y = T(s)\, r, y = T(s)\, n$$

制御系に求められる性質

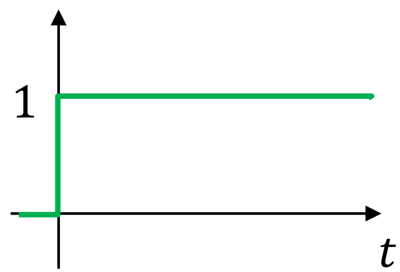


定常特性

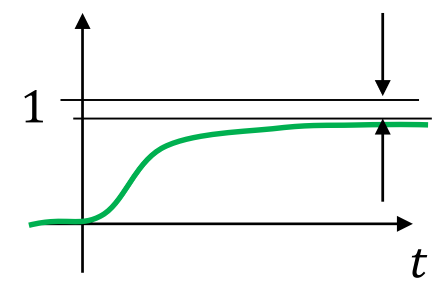


どれだけ時間が経過
しても1に届かない

＝定常偏差が存在



ステップ目標値

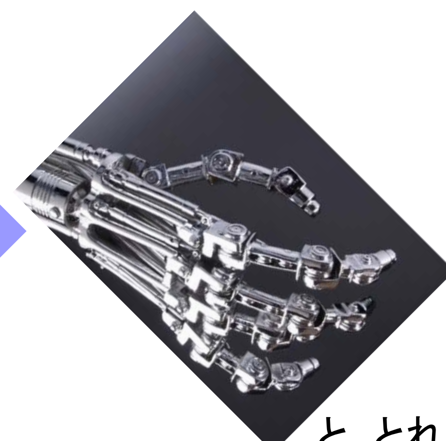


閉ループ系の応答

定常特性

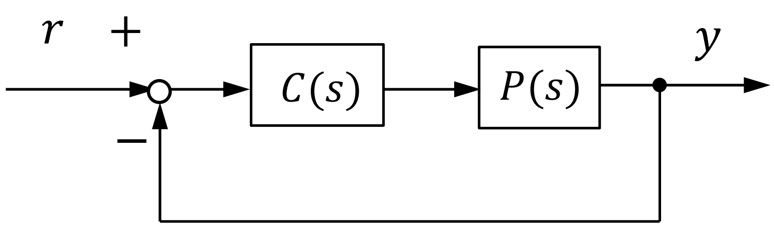
過渡特性

周波数特性



と, とれない....

・定常偏差



最終値定理

信号 $y(t)$ の最終値は $\lim_{s\to 0} sY(s)$で与えられる.

$$Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$$

$$r = \frac{1}{s}, C = K, P = \frac{1}{Ts+1}$$

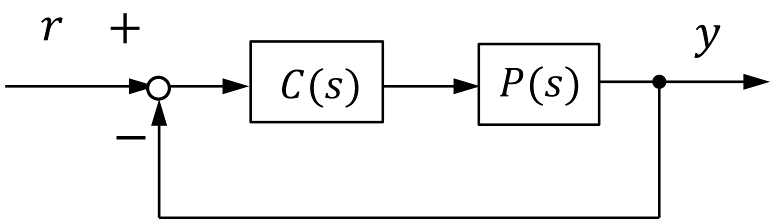
$$\frac{PC}{1+PC} = \frac{\frac{K}{Ts+1}}{1+\frac{K}{Ts+1}} = \frac{K}{Ts+1+K}$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0} \quad s\frac{PC}{1+PC}r(s)$$

ラプラス変換の最終値定理より

$$= \lim_{s\to 0} \frac{sK}{Ts+1+K}\frac{1}{s} = \frac{K}{1+K} = 1 - \frac{1}{1+K}$$

有限のK では定常偏差は 0 にならない.



$$r=\frac{1}{s}, C=\frac{K}{s}, P=\frac{1}{Ts+1} \qquad \frac{PC}{1+PC}=\frac{\frac{K}{s(Ts+1)}}{1+\frac{K}{s(Ts+1)}}=\frac{K}{s(Ts+1)+K}$$

$$\lim_{t\to\infty} y(t)=\lim_{s\to 0}\frac{sPC}{1+PC}r(s) \quad =\lim_{s\to 0}\frac{sK}{s(Ts+1)+K}\frac{1}{s}=1$$

有限のK でも 定常偏差は 0 になる．　制御器が積分器を含んでいる（サーボ系）

制御器がステップ信号 $\frac{1}{s}$ のモデルを含んでいるため，定常偏差なし

⬇

内部モデル原理

2018/1/29 担当　平田

システム制御 I　演習問題（4）

1.　以下の各数式が表すことがらとして最も適切なものを解答群から選びなさい.

（1）　$\mathrm{y}(t) = \lim_{t_0 \to -\infty} \int_{t_0}^{t} g(t-\tau)u(\tau)d\tau$　　（2）$\mathrm{y}(t) = g(t) * u(t)$　　（3）　$\mathrm{Y}(s) = G(s)U(s)$

（4）　$\mathrm{y}(t) = G(j\omega)e^{j\omega t}$　　（5）$\int_0^{\infty} f(t)e^{-st}dt$

a）周波数領域（ラプラス変換領域）での入出力関係,　b）信号のラプラス変換
c）周波数応答,　d）時間領域での入出力関係,　e)定常応答

2. かっこ内の語句として最も適切なものを下の解答群から選びなさい.

有理伝達関数の分母多項式を零にする点を(ア)といい, 分子多項式を零にする点を(イ)という. 分母多項式イコール零という方程式をとくに(ウ)という. 分母多項式の次数が分子多項式よりも大きいとき, 伝達関数は(エ)であるという.

任意の有界入力に対して出力が有界となるとき, そのシステムを（ オ ）安定, あるいは単に安定という. システムが安定であるための必要十分条件はインパルス応答が(カ)であることである. 伝達関数が有理伝達関数であるとき, 安定性の必要十分条件は, すべての(ア)の(キ)が負であることとなる. 分母多項式の次数を 3 以上とし, 分母多項式の最高次の係数を正とするとき, すべての係数が正であることは, 安定であるための(ク)条件である. ただし 2 次系の場合には, これは(ケ)条件になる. 安定な多項式を(コ)多項式という.

a) BIBO, b）二乗可積分, c）実部, d）必要条件, e）十分条件, f）厳密にプロパー, g） MIMO, h）代数方程式, i）虚部, j）必要十分条件, k.）非プロパー, l.）零点, m）根, n.）特性方程式, o）絶対可積分, p.) Maxwell, q）極, r) Hurwitz, s) Routh, t）解

3.　周波数応答の原理を，常微分方程式の解から得られる結果を用いて，検証しよう.

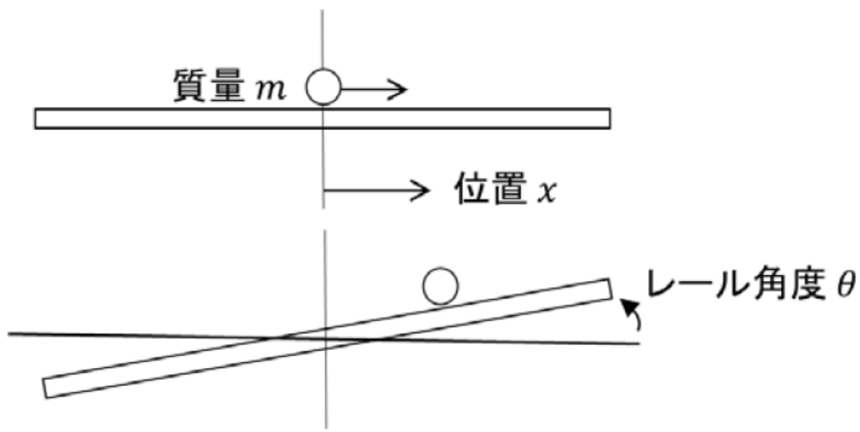
1)　ラプラス変換を用いて，次の微分方程式を解きなさい.

$$\dot{y}(t) + 2y(t) = 2\sin 2t,\quad y(0-) = 1,\quad \dot{y}(0-) = 0$$

2)　時間が十分に経過した後の波形を $\sin$ のみを用いて表しなさい.

3)　$G(s) = 2/(s+2)$ に対応する周波数伝達関数の $\omega = 2$ のときの振幅，位相を答えなさい.

4. 下図のような ball & beam のモデルを導出しよう．ボールの質量は $m\,[kg]$，ビーム中心からの距離 $x\,[m]$ （右向きが正），水平からのビームの傾斜角 $\theta\,[rad]$ （右上がりが正），重力加速度 $g\,[N/kg]$ とする．ボールとビームの間には速度に比例した粘性摩擦が働くとし，その摩擦係数をμ $[N/(m/s^2)]$ とする．ボールの径は無視して質点とみなす．



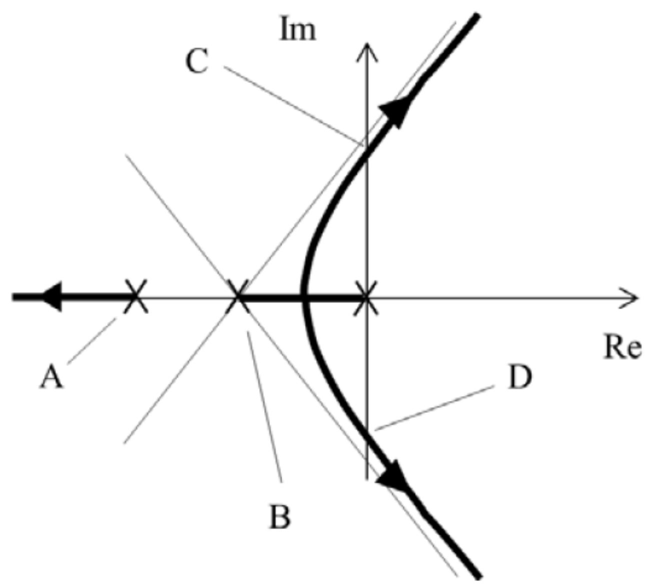
1) 運動方程式を求めよ．
2) 傾斜角 θ を微小として，傾斜角 θ から距離 x までの伝達関数を求めよ．
3) 変数 x を用いて，θ を与える以下のフィードバック制御則のうち，閉ループ系を安定化しないものはどれか．

   a) $\theta = x/g$,　b) $\theta = (\dot{x} + x)/g$,　c) $\theta = \frac{1}{g}\left(-\frac{\mu}{2m}\dot{x} + x\right)$,　d) $\theta = \frac{1}{g}\left(-\frac{2\mu}{m}\dot{x} + x\right)$

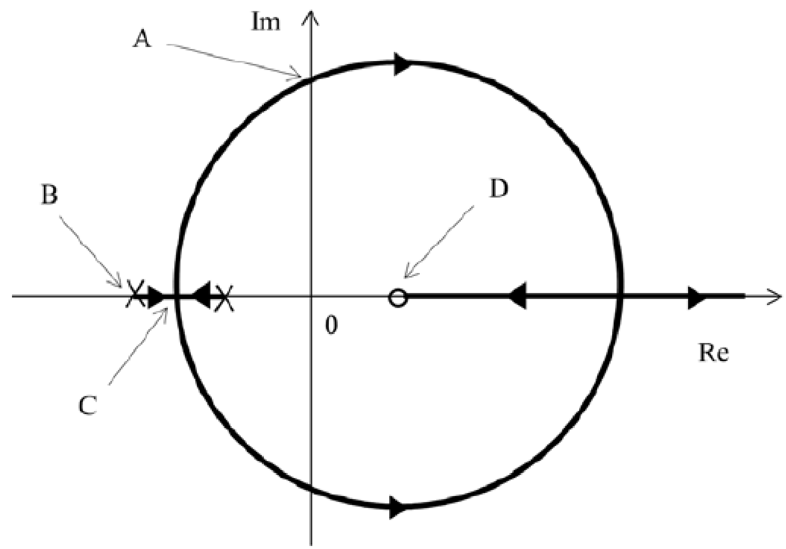
4) この制御対象の周波数応答を考える．角周波数 ω が大きいとき，ω が 10 倍になると，ゲインは何倍になるか．このことから，ボーデ線図を描いたとき，ゲイン線図の $\omega \gg 1$ での傾きは何 dB/dec か？

5.　伝達関数 ア）$\dfrac{2-s}{(s+1)(s+2)}$,　イ）$\dfrac{1}{(s+1)(s+2)}$,　ウ）$\dfrac{1}{s(s+1)(2s+1)}$ について考える.

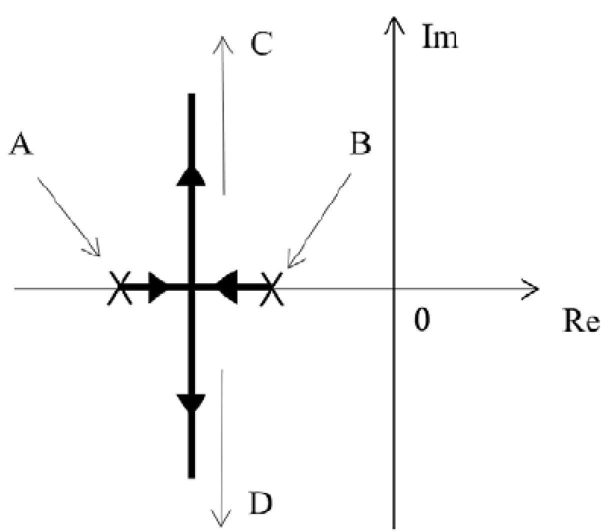
1）各伝達関数の正のゲインに対する根軌跡（負フィードバック）として正しいものを以下から選びなさい．また A から D の各点に対応するゲインの値を答えなさい.



根軌跡　a

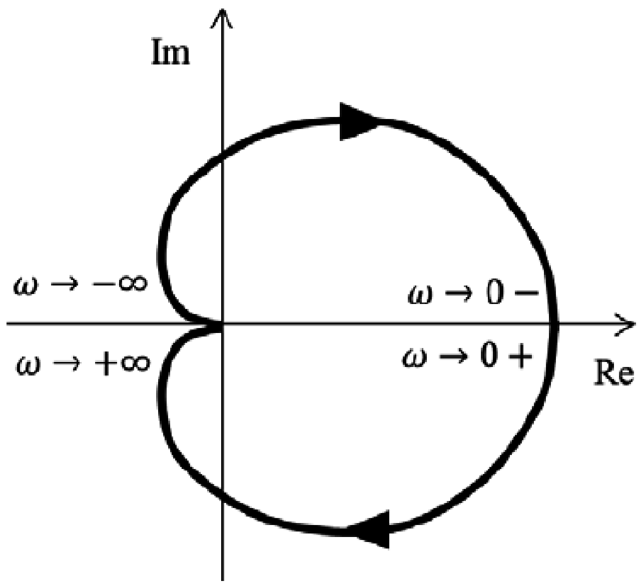


根軌跡 b

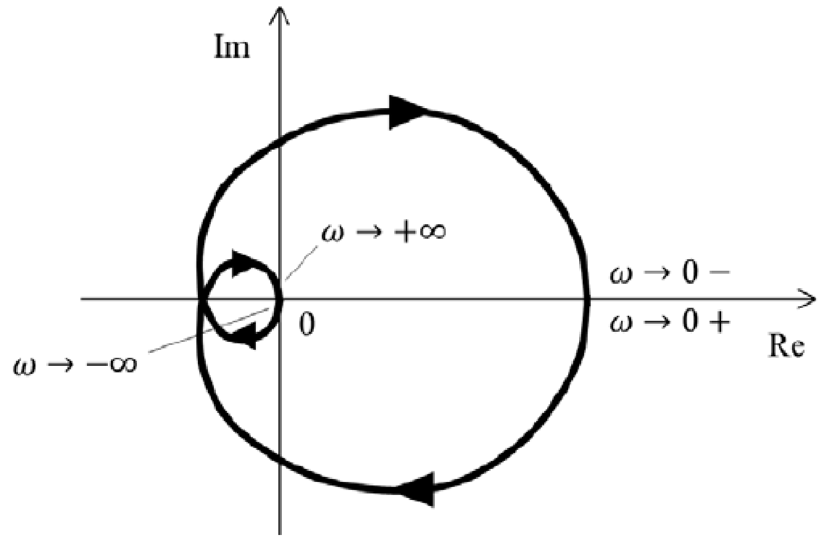


根軌跡 c

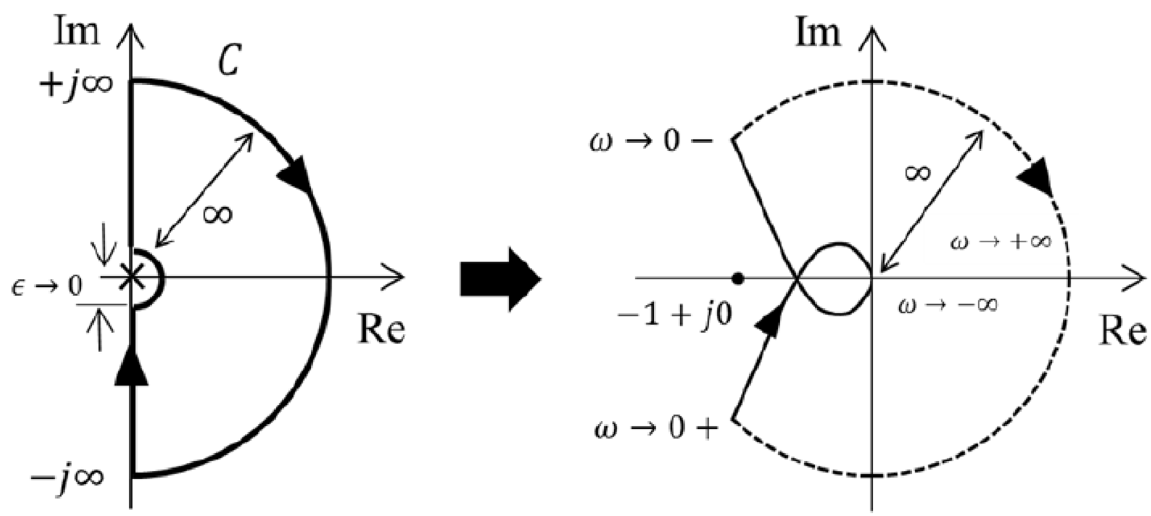
2）各伝達関数のナイキスト線図として正しいものを以下から選びなさい．それぞれの系のゲイン余裕はいくらか？



ナイキスト線図 a



ナイキスト線図 b



ナイキスト線図 c