システム制御 I

4学期
月 5, 6限　14:00-16:10
木 3, 4限　11:00-13:10
5号館 第15講義室 (システムコース）

担当:平田 健太郎

12/19 第6回

システムモデルと伝達関数 (3)

Schedule

1. 12/2 (today)
2. 12/5
3. 12/9
4. 12/12
5. 12/16
6. 12/19
7. 12/23
8. 1/6
9. 1/9 中間試験
10. 1/16
11. 1/20
12. 1/23
13. 1/27
14. 1/30
15. 2/3
16. 2/6 期末試験

前回のおさらい

水位システムの伝達関数 （非線形システムの線形化）

合成積を用いた伝達関数の特徴づけ （線形時不変性）

伝達関数の分類

To Do (前回)

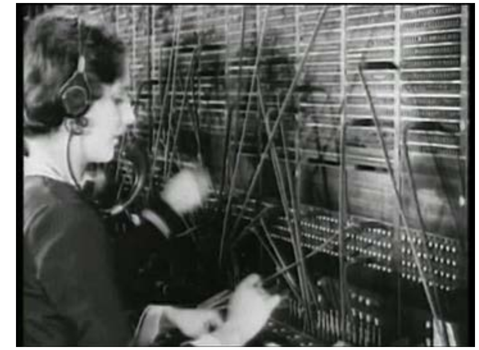
1） (Webにアクセスしてこの資料をダウンロードする.)
2） 復習
3） 予習はお休み
4） 演習問題（1）をやってくる.

フィードバック増幅器

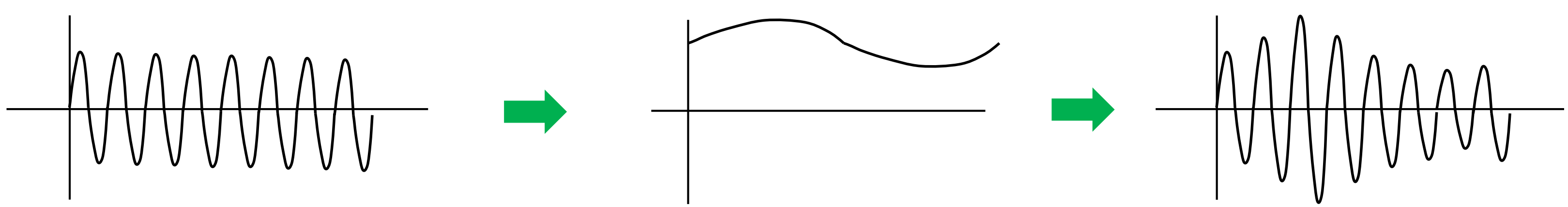
1876　グラハム・ベル　電話を発明

1925　AT&T ベル研究所　設立

1927　アメリカの東西海岸間の電話は実現していない



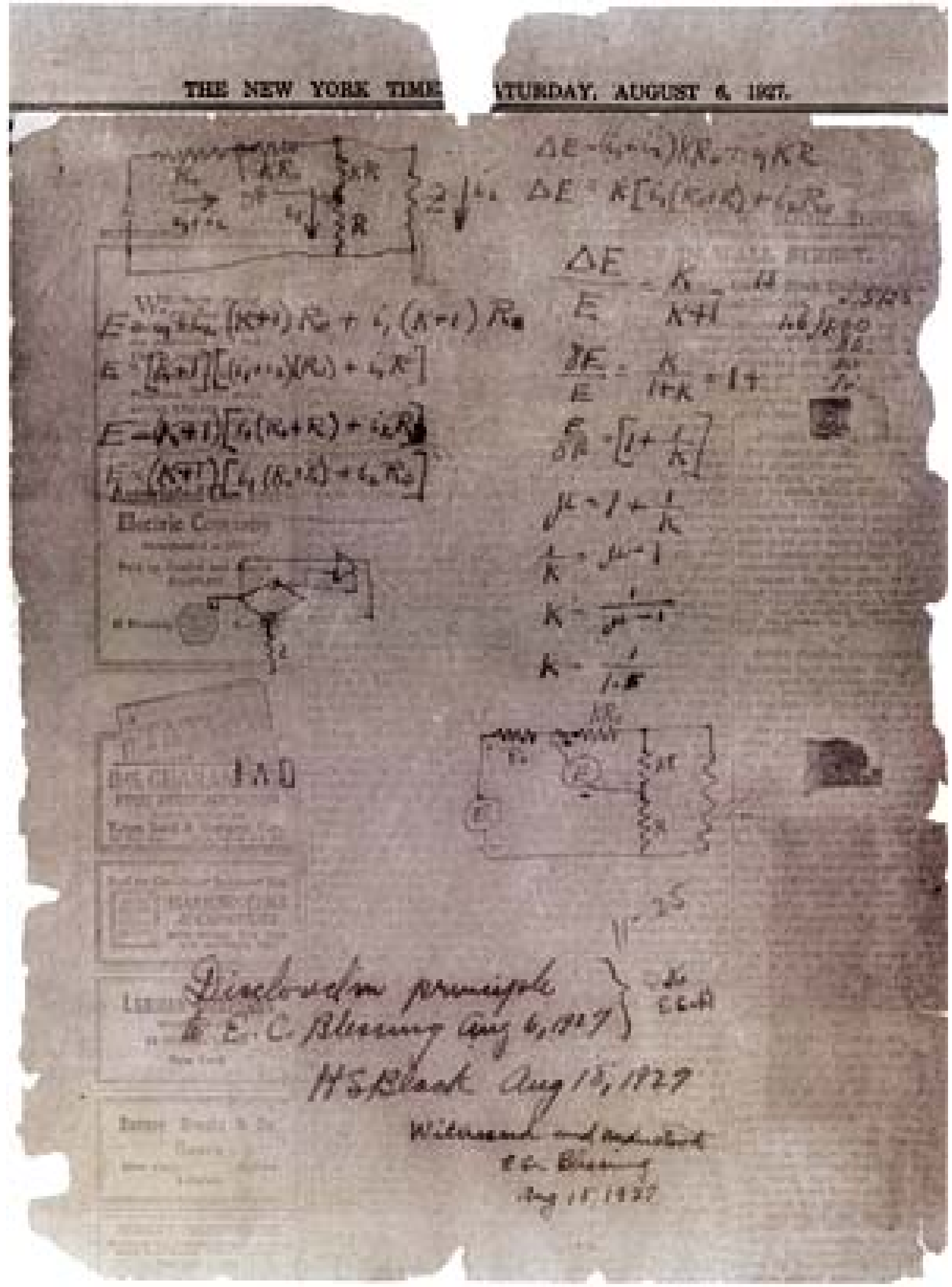
減衰が大きいため, 歪の少ない多段の増幅が必要だが,当時の真空管アンプは歪が大.

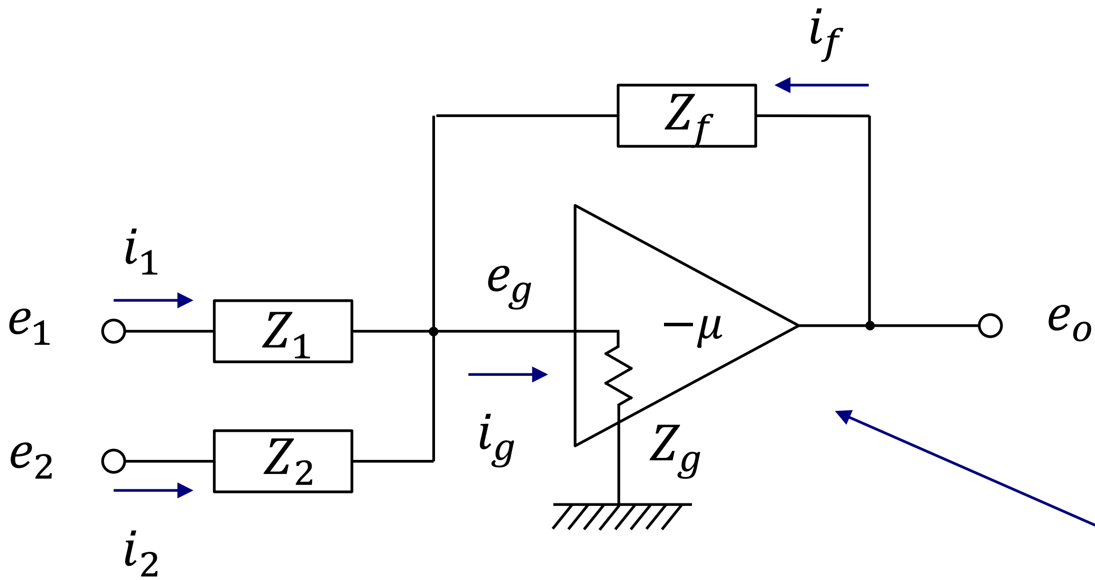


原信号　　増幅比の変動　　受信信号

1927 H. Black
フィードバック増幅器を発明

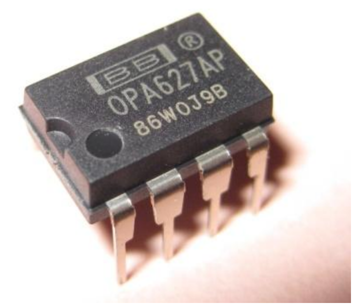
通勤途中のフェリーで
New York Times の裏に
メモを書いた





演算増幅器
(Operation Amplifier)
オペアンプ

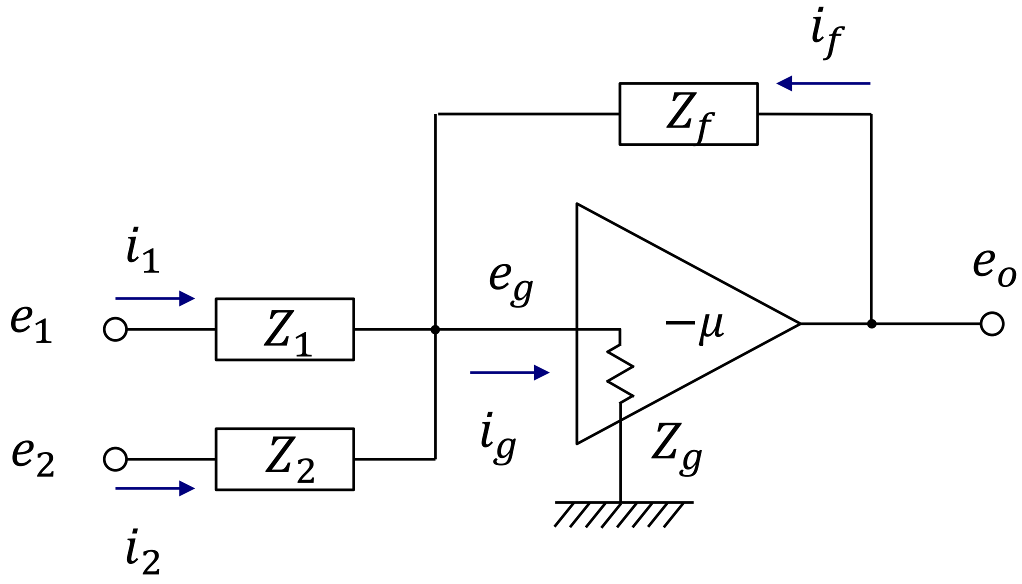
フィードバック増幅器



入力インピーダンス $Z_g \gg 1$, 増幅ゲイン $\mu \gg 1$

グリッド電圧 $e_g = -e_o/\mu \quad \simeq 0$

グリッド電流 $i_g = e_g/Z_g \quad \simeq 0$



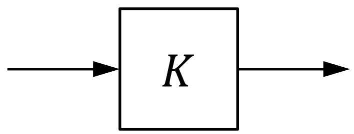
$e_g = i_g \simeq 0$ $\quad i_1 = e_1/Z_1$ $\quad i_2 = e_2/Z_2$ $\quad i_f = e_o/Z_f$

$i_f + i_1 + i_2 = 0$ ➡ $e_o = -\dfrac{Z_f}{Z_1}e_1 - \dfrac{Z_f}{Z_2}e_2$

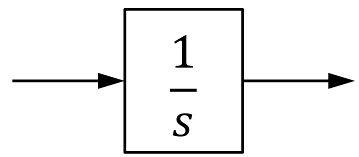
Z_1, Z_2, Z_f の与え方によっていろいろな機能を実現できる（教科書参照）.

全て抵抗⇒加算器, 増幅比は抵抗比で決まり, μ に依存しない⇒低歪

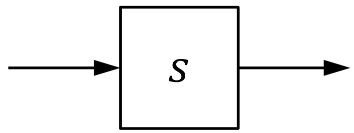
ブロック線図



比例要素

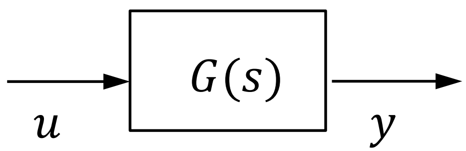


積分要素

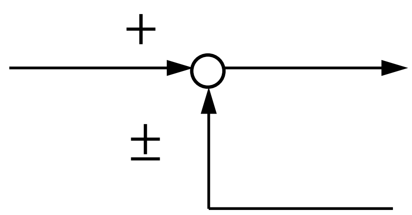


微分要素

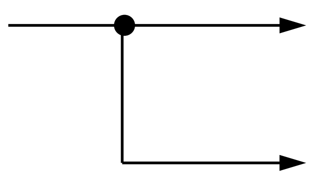
基本要素



伝達ブロック



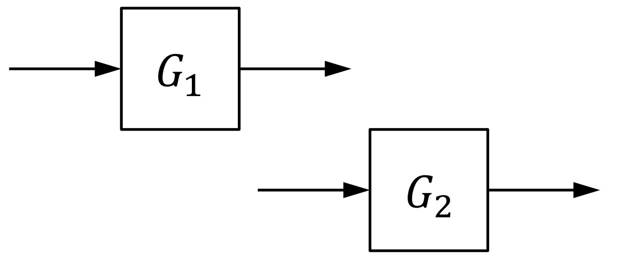
加え合わせ点



引き出し点

基本単位

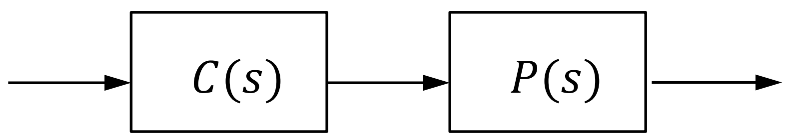
伝達ブロックの結合



What could be the possible interconnections between two blocks?

(Blackboard)

■ FF vs. FB

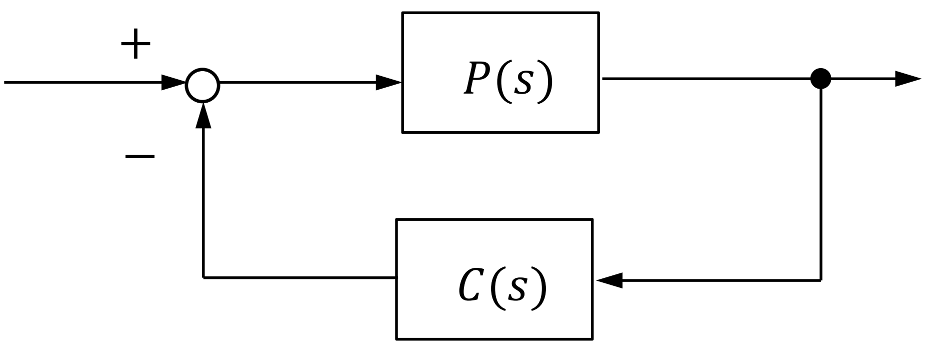


Controller
(制御器)

Plant
(制御対象)

Series Connection
(直列結合)

Feedforward Control
(フィードフォワード制御)



Feedback Connection
(フィードバック結合)

Feedback Control
(フィードバック制御)

質点 vs. 剛体

剛体の運動

運動方程式

ブロック線図の例: DCサーボモータ（電気-機械系）

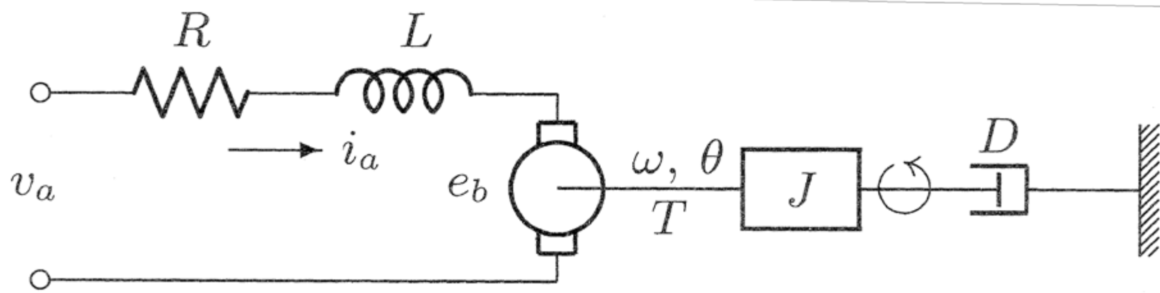
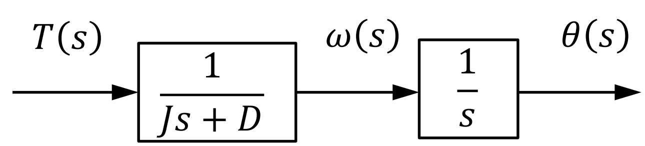
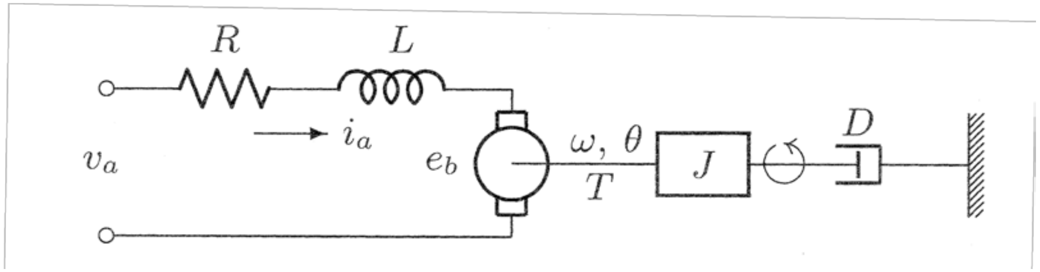


図 **3.13**　直流サーボモータ

J: 負荷を含めたモータの慣性モーメント, D: 粘性摩擦係数
T: トルク, θ: 回転角

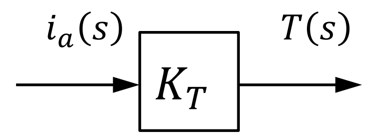
回転の運動方程式　$J\dfrac{d^2\theta}{dt^2} + D\dfrac{d\theta}{dt} = T$ ➡ $\theta(s) = \dfrac{1}{Js + D}\dfrac{1}{s}T(s)$

➡ 



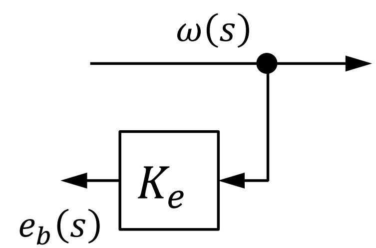
i_a: 電機子電流, K_T: モーターのトルク係数

$$T = K_T i_a$$



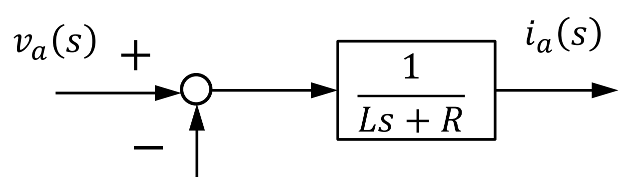
e_b: 逆起電力, K_e: モーターの逆起電力係数, ω: 回転角速度

$$e_b = K_e \frac{d}{dt}\theta = K_e \omega$$

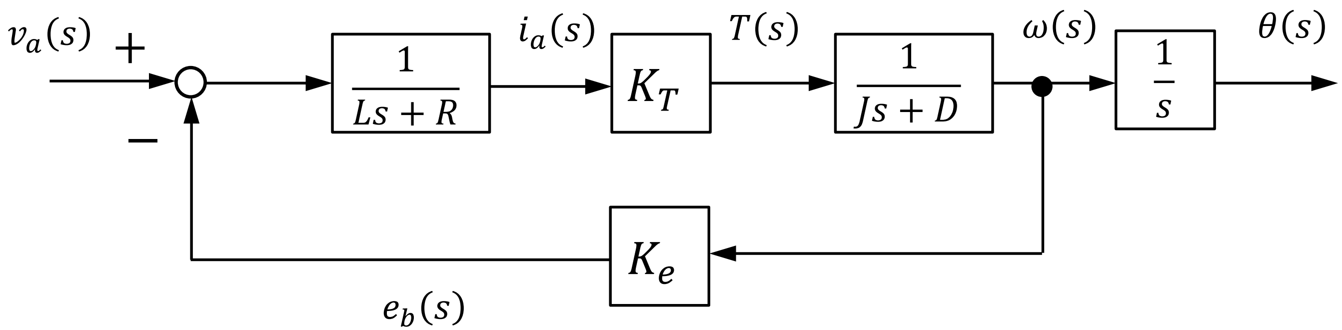


キルヒホッフの電圧法則

$$L\frac{di_a}{dt} + Ri_a + e_b = v_a$$



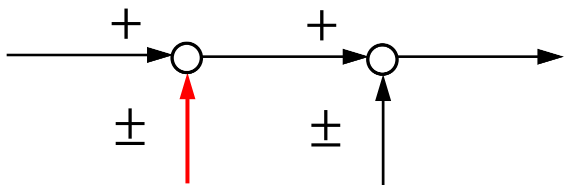
各部分をひとつにまとめると以下のブロック線図が得られる.

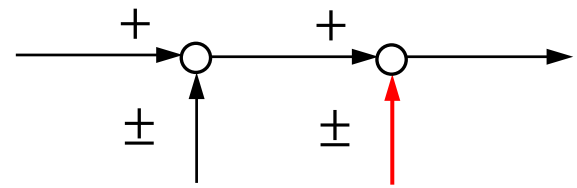


ブロック線図の変換

変換前　変換後

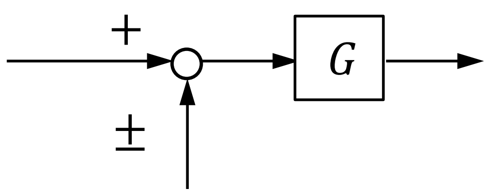
加え合わせ
順の変更

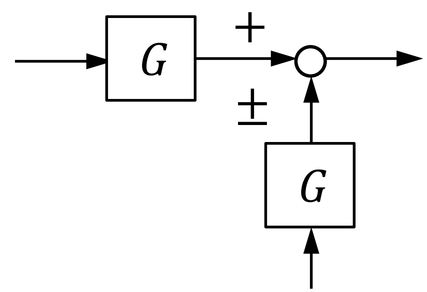




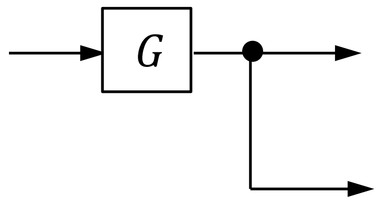
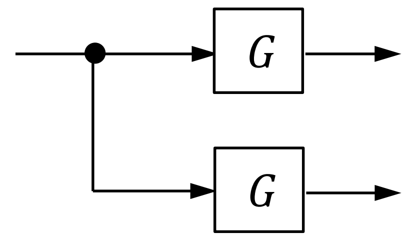
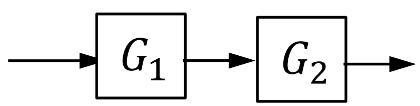
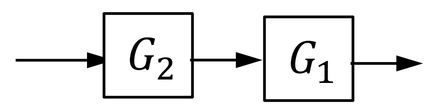
（加え合わせ点間にブロックがないこと）

加え合わせ
点の移動



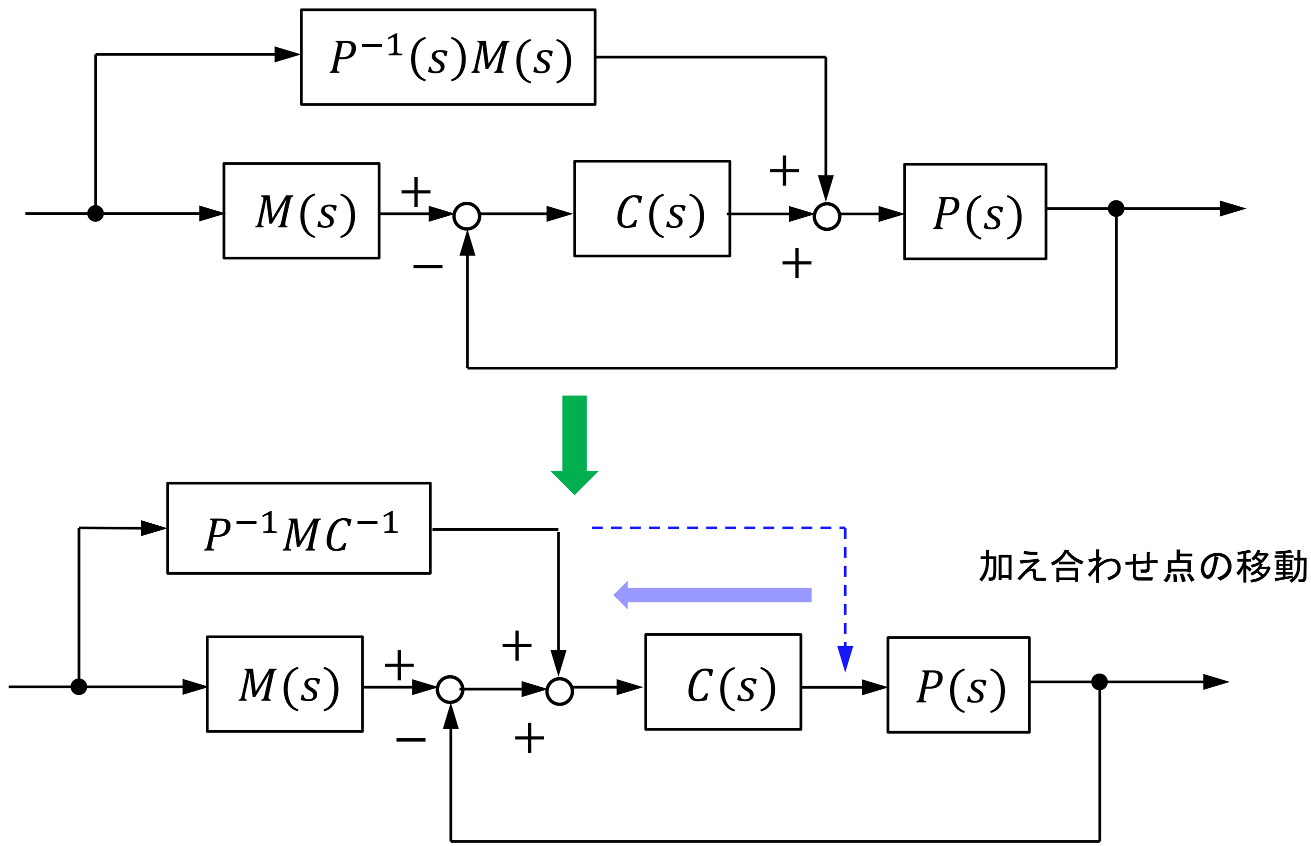


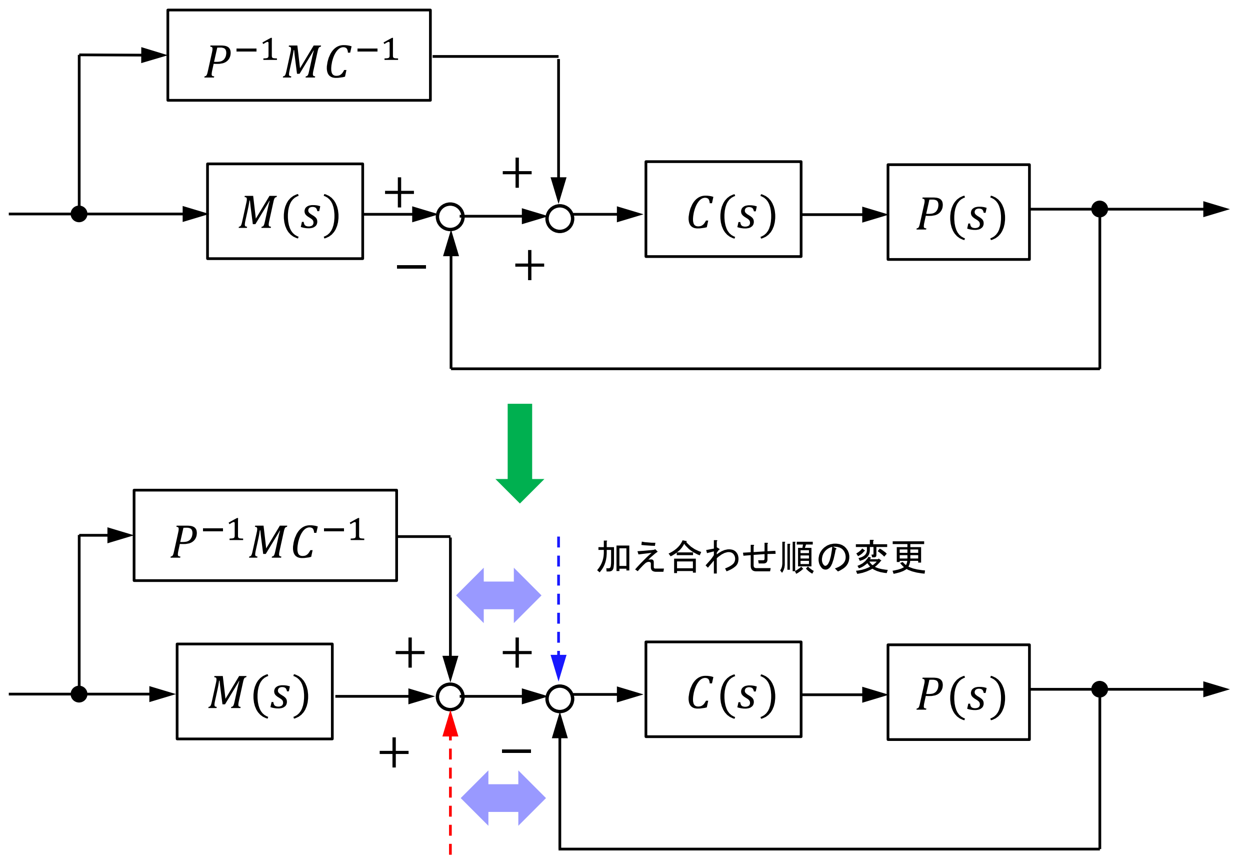
ブロック線図の変換

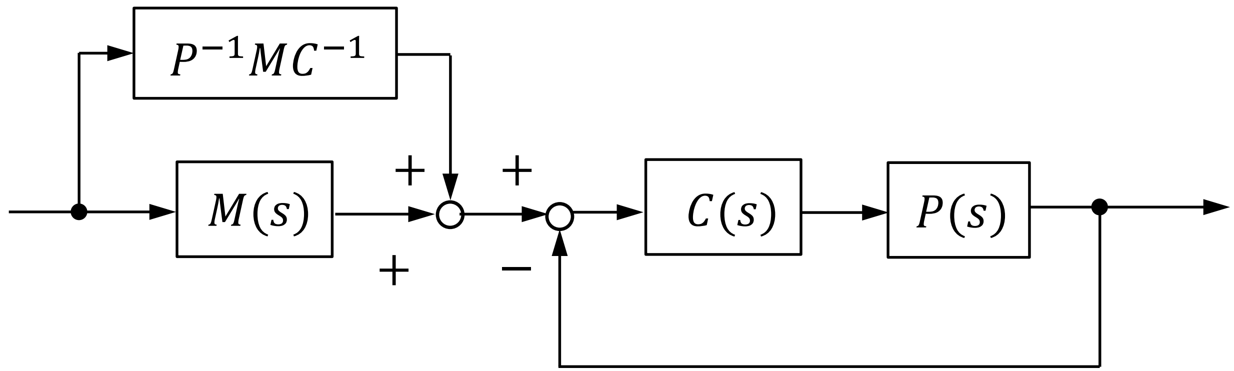
	変換前	変換後
引き出し点の移動		
伝達ブロックの順序変更		

（ブロック間に引き出し点がないこと）

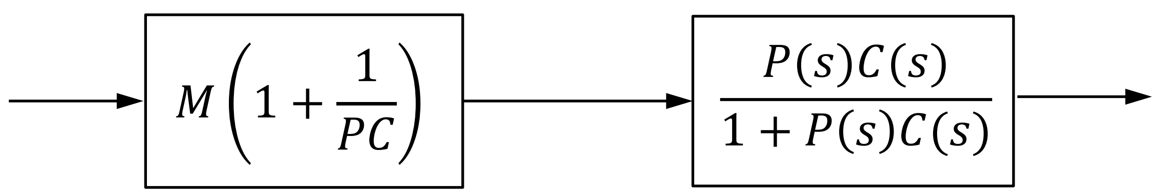
ブロック線図の簡単化の例：

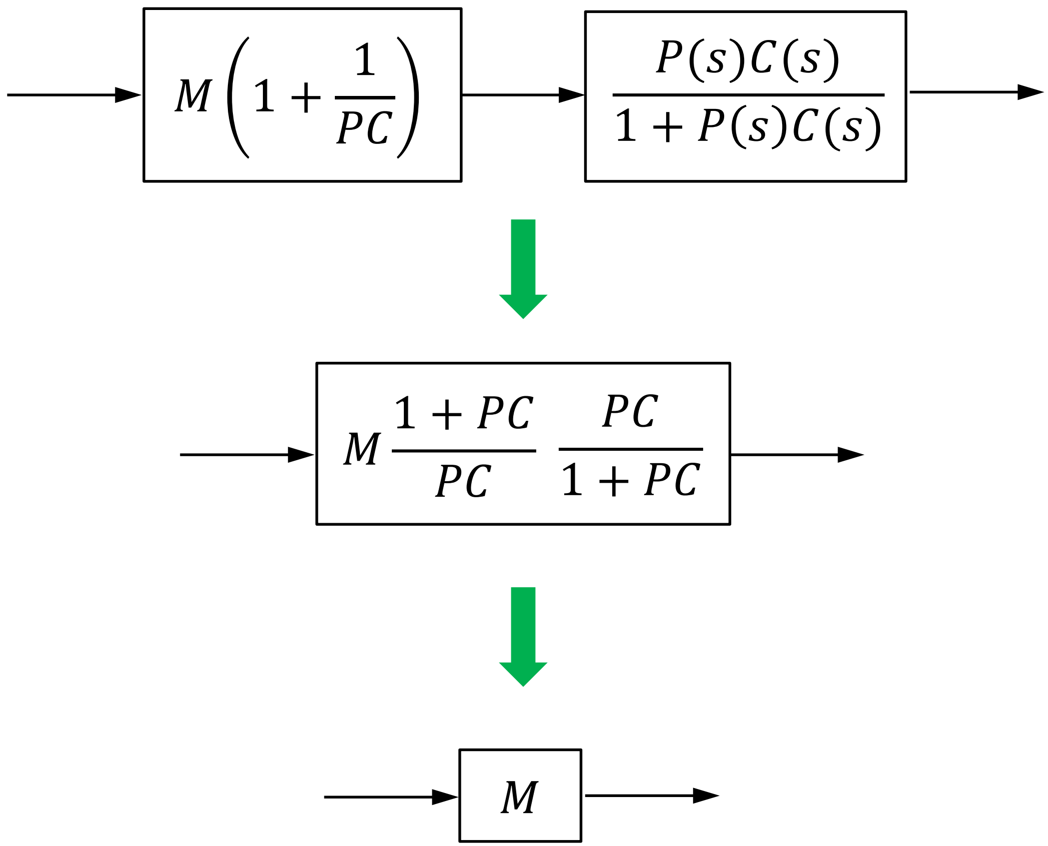



$P^{-1}MC^{-1}$
$M(s)$
$C(s)$
$P(s)$
+
+
−
+
$P^{-1}MC^{-1}$
加え合わせ順の変更
$M(s)$
$C(s)$
$P(s)$
+
+
+
−



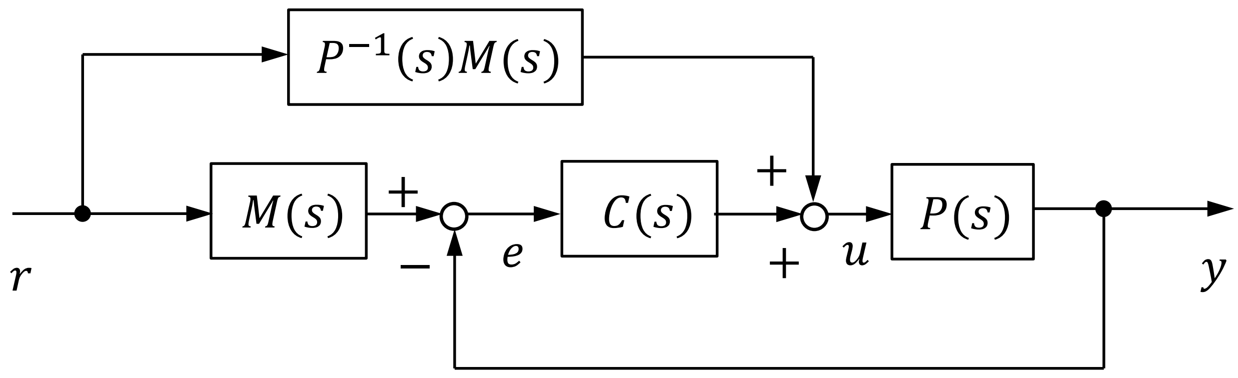
並列結合　　　フィードバック結合





目標値入力から出力までの伝達特性を所望のように設定できる.
(最初のブロック図は2自由度制御系とよばれる)

確認方法: 1) 各部分の信号を記号でおく.



2) 信号の流れを式で表す.

$$e = Mr - y, \qquad u = P^{-1}Mr + Ce, \qquad y = Pu$$

3) 中間の信号を消去する.

$$y = P\{P^{-1}Mr + C(Mr - y)\} = Mr + PCMr - PCy$$

$$\Rightarrow \quad (1 + PC)y = (1 + PC)Mr \quad \Rightarrow \quad y = Mr$$

演習問題の解説

1. 以下の問いに答えよ．なおラプラス変換 $\mathcal{L}[\cdot]$ は，片側ラプラス変換を指すものとする．

（1）$F(s)=\mathcal{L}[f(t)]$ であるとき，$\mathcal{L}\left[\dfrac{df(t)}{dt}\right]$はどう表わされるか．（結果のみでよい）

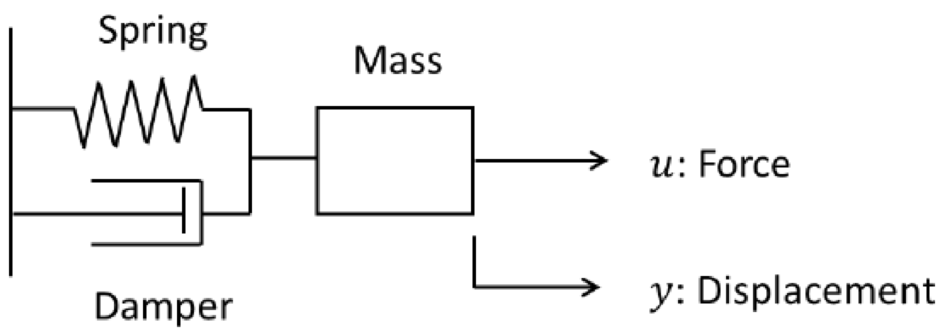
（2）上の結果に基づき，$\mathcal{L}\left[\int_0^t f(\xi)d\xi\right]$ がどう表わされるか導け．(要証明.)

（3）関数 $f(t), g(t)$ の合成積はどう与えられるか．（結果のみでよい）

（4）合成積のラプラス変換はどう表わされるか導け．(要証明)

ヒント: $t<0$ のとき，$f(t)=\ g(t)=0,$ $\int_0^\infty \int_0^t d\tau\, dt = \int_0^\infty \int_\tau^\infty dt\, d\tau$

2. 下図のマス･バネ･ダンパー系を考える. 質量 $M = 1$ $[kg]$, ダンパの粘性摩擦係数 $D = 2$ $[Ns/m]$, バネ係数 $K = 5$ $[N/m]$ とし, 入力: u $[N]$ から出力: y $[m]$ までの伝達関数を $G(s)$ とする.



（1） 下記の記述から正しいものをすべて選べ.

a) $G(s)$ は非プロパーである. b) $G(s)$ はプロパーである. c) $G(s)$ は厳密にプロパーである.
d) $G(s)$ は有理関数である. e) $G(s)$ は非有理関数である. f) $G(s)$ の極は全て実数である.
g) $G(s)$ の極は複素数を含む.
h) 電気回路とのアナロジーでマスに対応するのは抵抗である.
i) 電気回路とのアナロジーでバネに対応するのは抵抗である.
j) 電気回路とのアナロジーでダンパーに対応するのは抵抗である.

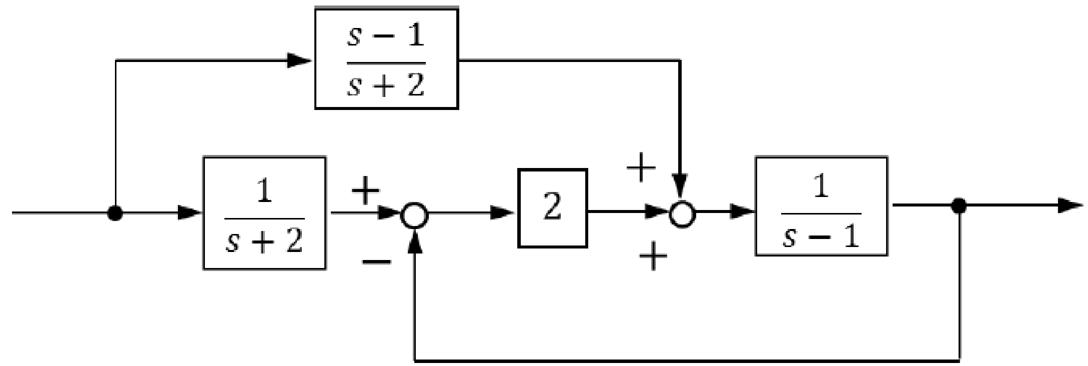
（2） $G(s)$ のインパルス応答を求めよ. 時間が経過すると応答はどうなるか？

（3） 先のマス・バネ・ダンパー系を容器に入れ，新たに容器の変位を制御入力とする（右向き正）．
y を容器からの相対変位とするとき，これは角速度計の原理を表現している．伝達関数を示し，容器を等速運動させたとき，時間が経過すると $y=0$ となる理由を，伝達関数の零点の性質に基づいて，述べよ．(等速運動はランプ入力である！)

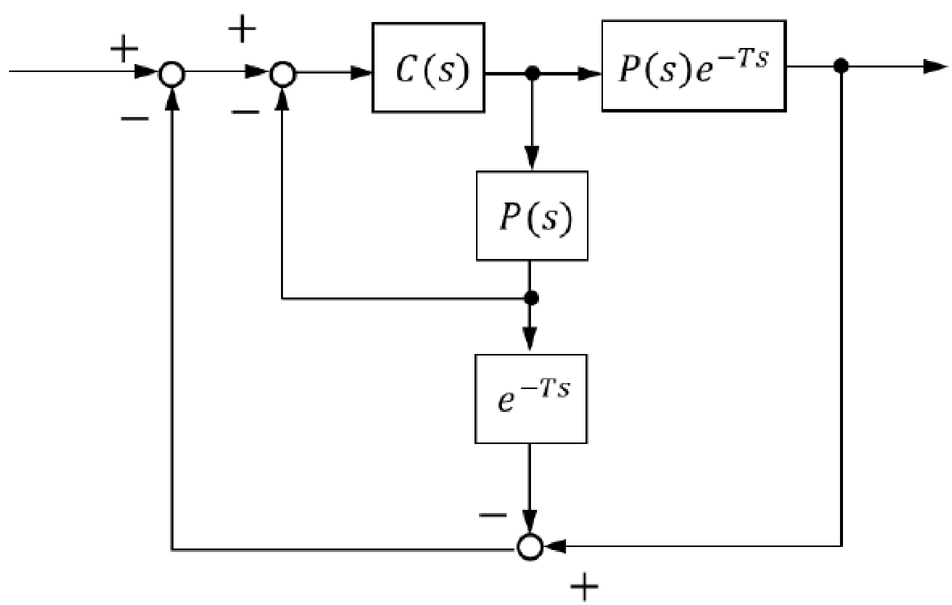
3. ball & beam のモデルを導出しよう．ボールの質量は $m\ [kg]$， ビーム中心からの距離 $x\ [m]$， 水平からのビームの傾斜角 $\theta\ [rad]$， 重力加速度 $g\ [N/kg]$ とし，傾斜角 θ は微小とする．ボールとビーム間の摩擦は無視できるとし，ボールの径も無視して質点とみなす．このとき，傾斜角 θ から距離 x までの伝達関数を求めよ．

4.　以下のブロック線図を簡単化せよ.

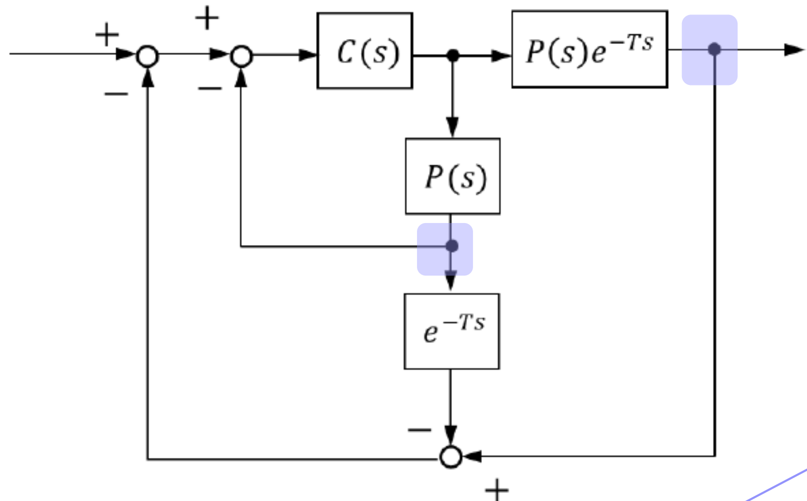
（1）



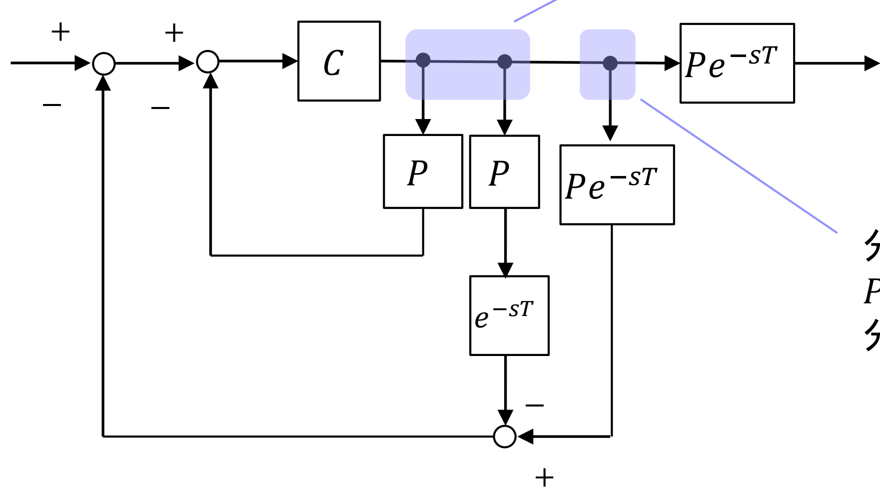
（2）



(2)



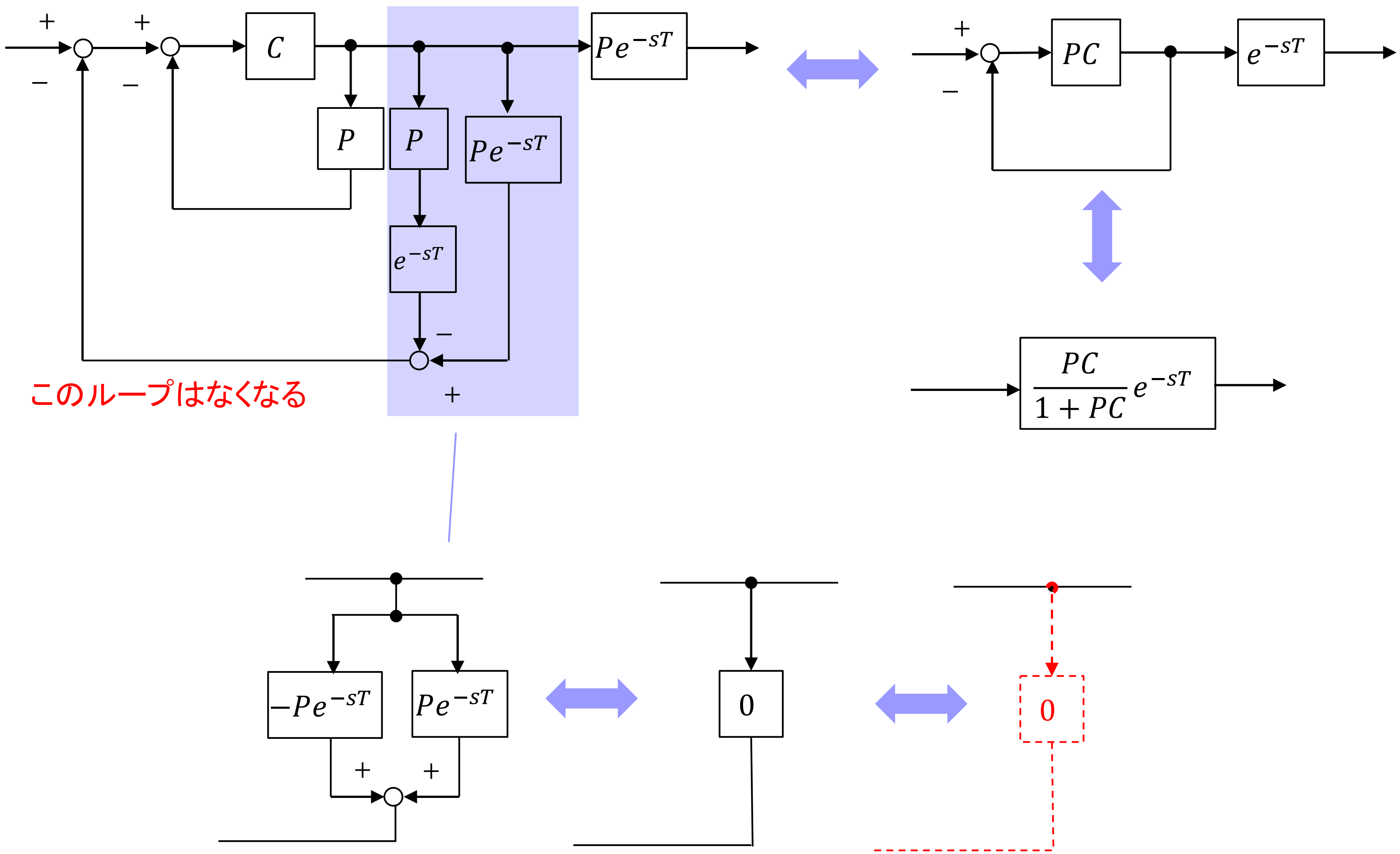
等価変換1



分岐点の移動:
Pの後ろで分岐する代わりに
分岐してから両方に P をかけた.

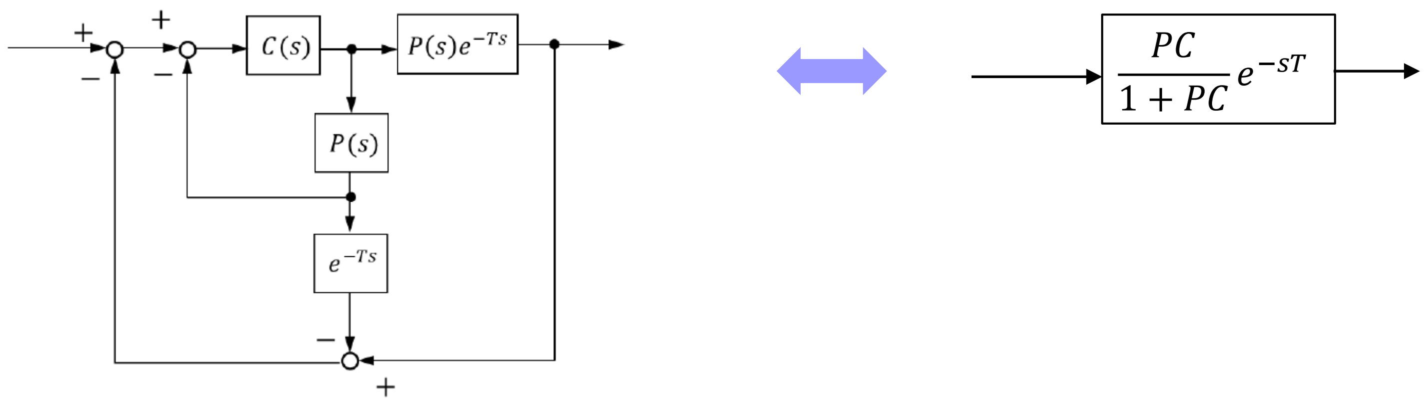
分岐点の移動:
Pe^{-sT}の後ろで分岐する代わりに
分岐してから両方に Pe^{-sT} をかけた.

等価変換2

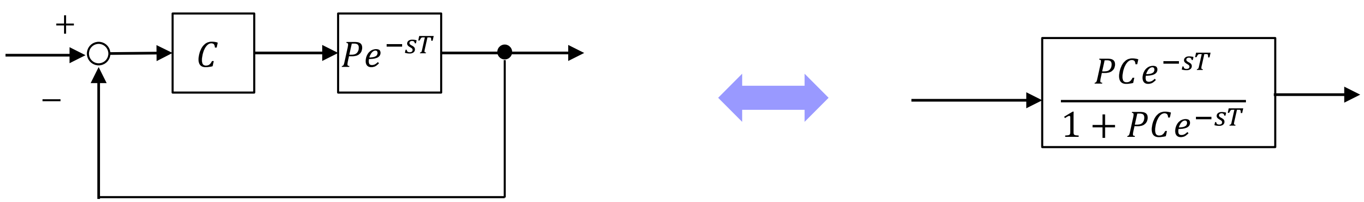


符号の異なる同一要素の並列結合

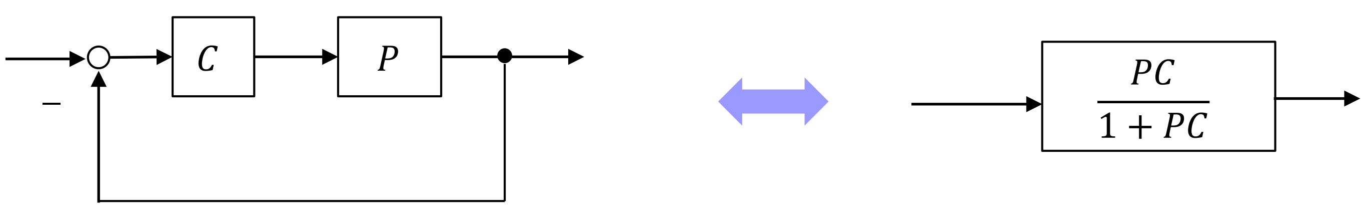
（2）



時間遅れを含む系に通常のフィードバックを施すと 分母にe^{-sT} を含む複雑な形になる



これに対して上のフィードバック系は, 時間遅れのない場合のフィードバック系に時間遅れを直列結合したものとなっており, 設計が容易（むだ時間系のスミス補償器と呼ばれる）



5.　下の語群から適切なものを選べ.（何度でも使用可）

　制御工学の起源は(①)によるガバナーの研究といわれている. ガバナーは(②)の速度調整に用いられた. 電気回路におけるフィードバックの応用としては(③)によるフィードバック増幅器の発明が有名である. フィードバック原理を用いたデバイスの歴史的起源には諸説あるが, ギリシャ期の(④), あるいはパプアニューギニアにおける(⑤)などの例がある.

　一旦場所を覚えてしまえば, 目を閉じていても素早く机上のものをつかむことができる. これは(⑥)制御の例である. 一方, 間に障害物を置かれたとしても, 障害物との距離を確認しながら, 慎重にものをつかむこともできる. これは(⑦)制御の例である. 講義内容から試験の難易度を予測して, 対策を考える. これは(⑧)制御の例といえる. 一方, 中間試験の出来が悪かったので, 期末テストはきちんと勉強して臨む. これは広義の(⑨)制御である.

a）オイラー　b）ニュートン　c）マックスウェル　d）ブラック　e）ウィーナー　f）ベル　g）ワット
h）ガレー船　i）蒸気エンジン　j）アウトリガー・カヌー　k）水時計　l）羅針盤　m）風車　n）犁（すき）
o）フィードバック　p）フィードフォワード

To Do (今回)

1） (Webにアクセスしてこの資料をダウンロードする.)
2） 復習
3） 教科書 4.1～4.3 を読む.
4） Webにアップロードされている演習問題(2)をやってくる.