ロボティクス基礎　演習 2

1. 講義においては図 1 で表される，平面内を運動する 2 リンクマニピュレータの運動方程式の導出をおこなった．

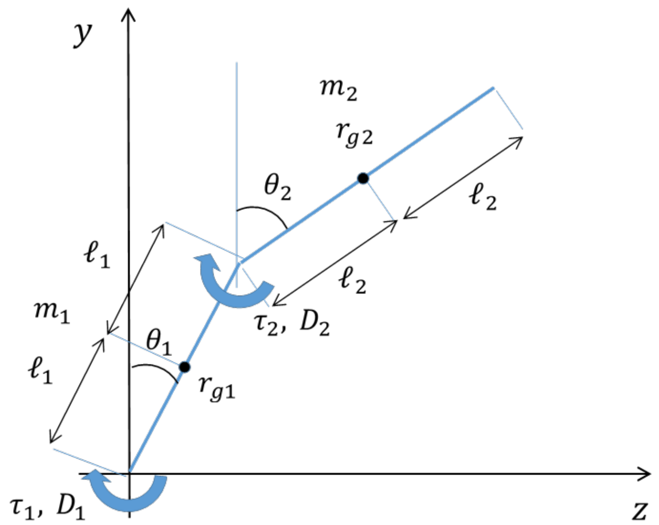

図 1： 2 リンクマニピュレータ

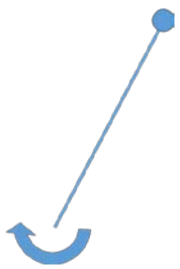

図 2: 取り替えるリンク

その際，各リンクの部材は質量分布の一様な棒としていたが，これを図 2 のようなものに変更する．第 i リンクの質量は第 i 関節の反対側に集中しており，棒の部分の質量は無視できる．また質量の集中する部分に大きさはなく，質点とみなせる．

(1) ラグランジュの方法では

- 重心位置ベクトル r_{gi} の計算
- 運動エネルギーの総和 T，ポテンシャルエネルギーの総和 U，損失エネルギーの総和 D の計算
- $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}T\right)-\frac{\partial}{\partial q_i}T+\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}D+\frac{\partial}{\partial q_i}U=u_i$ の計算

という手順を踏むが，部材の変更によって修正を受ける箇所はどことどこか．具体的に答えよ．　（各 5 点）

(2) 2 リンクマニピュレータの運動方程式の導出にあたって，ニュートン/オイラーの運動方程式に基づく古典力学的方法と，ラグランジュ法（解析力学）を解説した．多リンク系への適用を考えた場合，前者にはどのような欠点があるか．「内力」を念頭に答えよ．（10 点）

2.　図 3 の 1 リンク系の運動方程式を求めたい．リンクは問 1 の変更後のものと同様である．長さは 2ℓ，質量は m とする．回転軸は原点にあり，トルク τ と係数 D の粘性摩擦，重力が働いている．　ラグランジュ法によって運動方程式を導出せよ．(オイラーの運動方程式と同じ結果なら正解である.）（20 点）

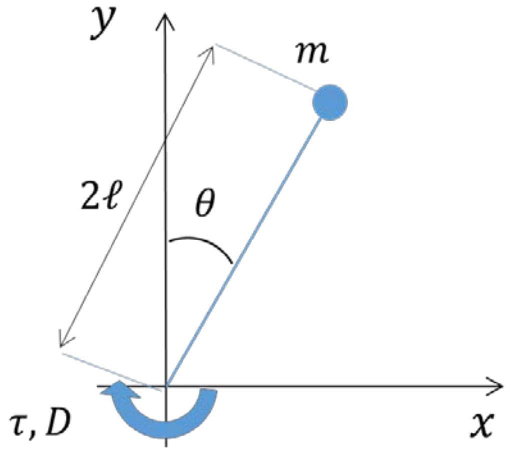

図 3：　1 リンク系

3.　下図のロボットを考える.

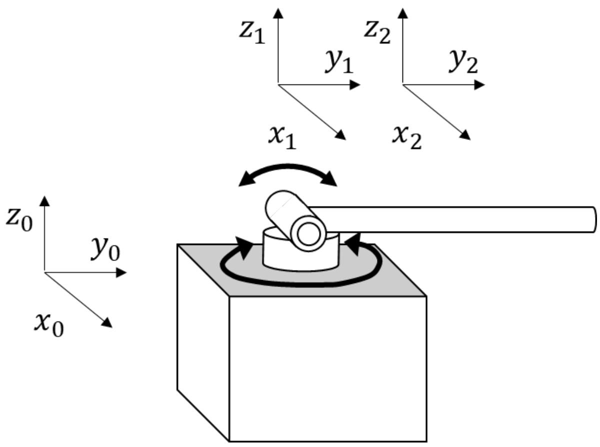

図 4：2 自由度ロボット

リンクの根本にローテーションとピボットの自由度がある．これは第 1 リンクの長さが 0 であるような R-P ロボットとみなせる．基準座標系を(x_0, y_0, z_0) とし，(仮想)第 1 リンク，第 2 リンク座標系をそれぞれ，(x_i, y_i, z_i)，$i = 1,2$ とする．ロボットの初期姿勢と各リンク座標系の配置は図 4 上に示すとおりとする(座標系の原点は関節中心にある)．リンクの長さは　ℓ [m]とする.

(1) 手先の初期位置（基準座標系座標）を答えよ．(5 点）

(2) 軸 q まわりの角度 θ の回転行列を $R(q,\theta)$ で表す.

$$R(x,\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}, R(y,\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix},$$

$R(z,\theta) = \begin{bmatrix} cos\,\theta & -sin\,\theta & 0 \\ sin\,\theta & cos\,\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ である．第 i 関節の回転角をθ_i とするとき，基準座標系における手先位置を具体的に表わせ．(20 点)

(3) 第 1 関節を $\pi/2$ [rad]，第 2 関節を π [rad] 回転させた．手先はどこに移動するか．座標変換を用いて答えよ．(直観的な答えと同じ結果になれば正解である.)(10 点)

4. 次のフィードバック系を考える．

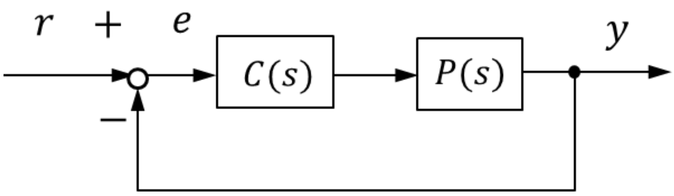

図 5: フィードバック系

(1) 目標値 r から追従偏差 e までの伝達関数を答えよ． (10 点)

(2) サーボ系とは，制御器 $C(s)$ に(　　　)を含む系をさす．カッコ内の語句を答えよ． (5 点)

(3) サーボ系において，ステップ信号に対する定常偏差はいくらになるか．計算によって示せ．ただしラプラス変換の最終値定理「 $Y(s) = \mathcal{L}[y(t)]$ であるとき，信号 $y(t)$ の最終値は $\lim_{s\to 0} sY(s)$で与えられる」は使ってよい． (10 点)