ロボティクス基礎

第1学期 木 Ⅲ・Ⅳ限 11:00-13:10
1号館 大講義室

担当:平田 健太郎

5/21　第6回　線形制御との関わり

講義日程(予定)

4/11		第1回	序論
4/16	*	第2回	運動方程式 （4/25休講分）
4/18		第3回	ラグランジュ法
5/9		第4回	座標変換
5/16		第5回	運動学･動力学
5/21	*	第6回	線形制御との関わり （5/23休講分）
5/30		第7回	サーボ系
6/6		第8回	まとめ/期末試験

* 補講

前回のおさらい

運動学:

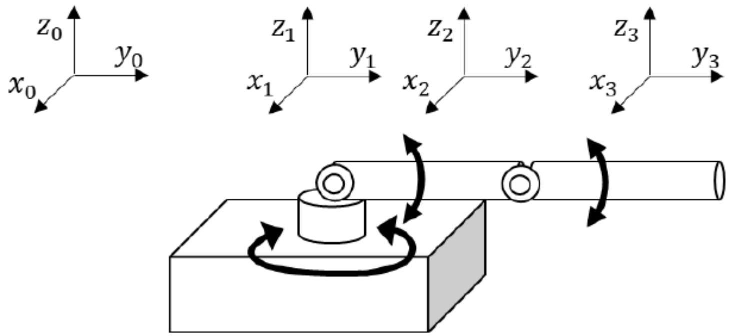
座標変換を元にして, 各関節角度とロボットの手先位置との関係を表現する.

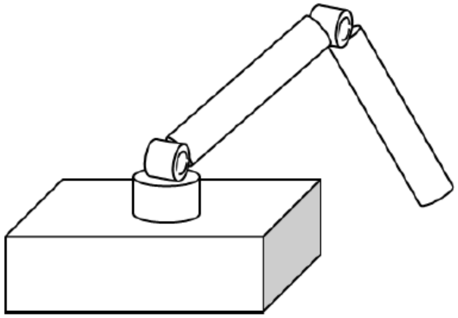
↓

（ロボットの動特性を無視できるとすれば）この関係を使って, あるロボットの手先位置の変化を実現するための, 各関節角度の要変更量が求められる.

具体的には, 3次の正方行列であるヤコビアンの逆行列を求める必要がある. 計算できますか？

先端の手首部分(Wrist)を固定すると，これは下図のようなマニピュレータとして表現できる.





(3) 第 1 関節は初期位置で固定したままとし，第 2・第 3 関節のみを動かす．簡単のため，$\ell_2 = \ell_3 = 1$ [m] とする．それぞれの角度が $\theta_2 = \pi/4$，$\theta_3 = -\pi/12$ [rad] のとき，微小角度変化から (y_0, z_0) 平面上の手先移動量を求める(定数)行列を求めよ．ただし回転角は右手系の符号に従うものとする．

(4) 手先をy_0方向に 1 [cm] 動かしたい．必要な各関節の回転量を求めよ．

(5) このアームは実際には全長約 15m，直径約 38ｃｍであり，産業用ロボットに比べるとずいぶん華奢な印象がある．このような設計で問題がないとすればなぜか．

(6) 先端の手首部にはあと 3 つの自由度があり，このマニピュレータは計 6 自由度を持っている．なぜこれだけの自由度が必要であるか答えよ．

(7) このロボットの手先位置を制御しようとした場合，どのような困難が考えられるか．「ロボットの剛性」から考えて答えよ．

線形制御との関わり

一般のロボットの運動方程式:

θ: 関節角ベクトル

$$\boxed{J(\theta)\ddot{\theta} + C\left(\dot{\theta}, \theta\right) + D\dot{\theta} + P(\theta) = \tau}$$

慣性力項

遠心力・コリオリ力項

粘性摩擦力項

重力項

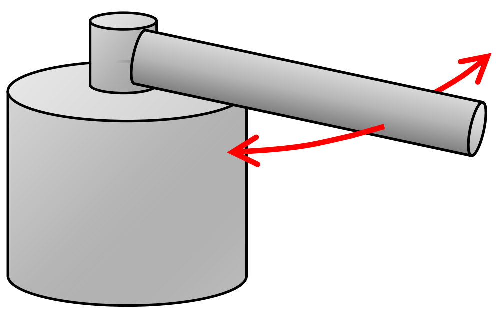
駆動トルク

いつ線形になるか？

- 動作範囲が微小で, 線形近似できる場合

- $P(\theta)$がない $\rightarrow$ 重力が働かない水平面内の運動の場合
- $C\left(\dot{\theta}, \theta\right)$がない $\rightarrow$ 運動座標系がない1リンクの場合
- $J(\theta)$が一定 $\rightarrow$ リンク系の相対位置が不変（1自由度）の場合

水平面内を運動する1リンクアーム



$$I\ddot{\theta} + D\dot{\theta} = \tau$$

$\mathcal{L}$ (ラプラス変換)

$$\theta(s) = \frac{1}{s(Is + D)}\tau(s)$$

回転角: θ, アームの慣性モーメント: I
粘性摩擦係数: D, 駆動トルク: τ

- 逆動力学法　(計算トルク法)

$\theta(t)$が与えられているとき, $\dot{\theta}(t), \ddot{\theta}(t)$ が計算できる.

$$J(\theta)\ddot{\theta} + C\left(\dot{\theta}, \theta\right) + D\dot{\theta} + P(\theta) = \tau$$

これらを左辺に代入すれば, 加えるべきトルク $\tau(t)$ が求められる.

⇩

完全なフィードフォワード制御なのでモデル化誤差の影響大

⇩

重力や遠心・コリオリ力などの非線形項の影響を打ち消すという
アイデアは踏襲しつつ, フィードバック制御を取り入れたい.

⇩

フィードバック線形化法

フィードバック線形化法

$$J(\theta)\ddot{\theta} + C(\dot{\theta}, \theta) + D\dot{\theta} + P(\theta) = \tau$$

に対してトルク $\tau(t)$ を次のように与える.（ $u(t)$ は新たな制御入力）

$$\tau(t) = J(\theta)u(t) + C(\dot{\theta}, \theta) + D\dot{\theta} + P(\theta)$$

$$\Downarrow$$

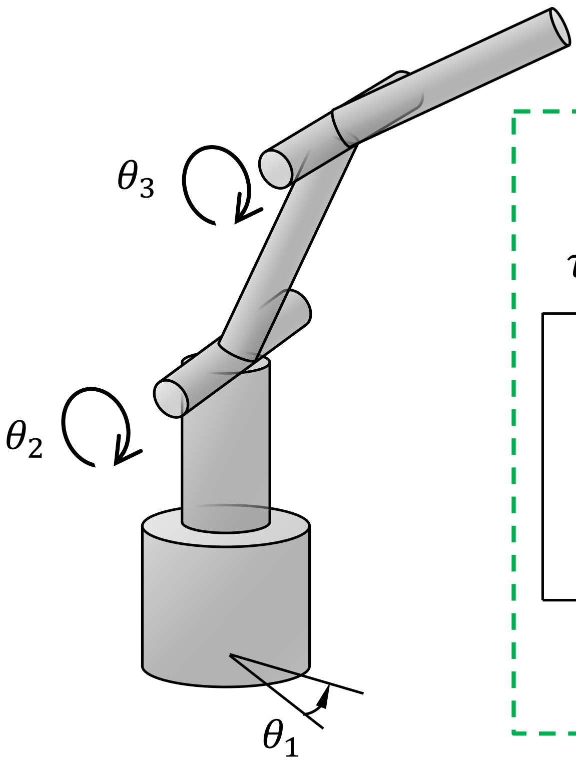
$$J(\theta)\ddot{\theta} + \cancel{C(\dot{\theta}, \theta)} + \cancel{D\dot{\theta}} + \cancel{P(\theta)} = J(\theta)u(t) + \cancel{C(\dot{\theta}, \theta)} + \cancel{D\dot{\theta}} + \cancel{P(\theta)}$$

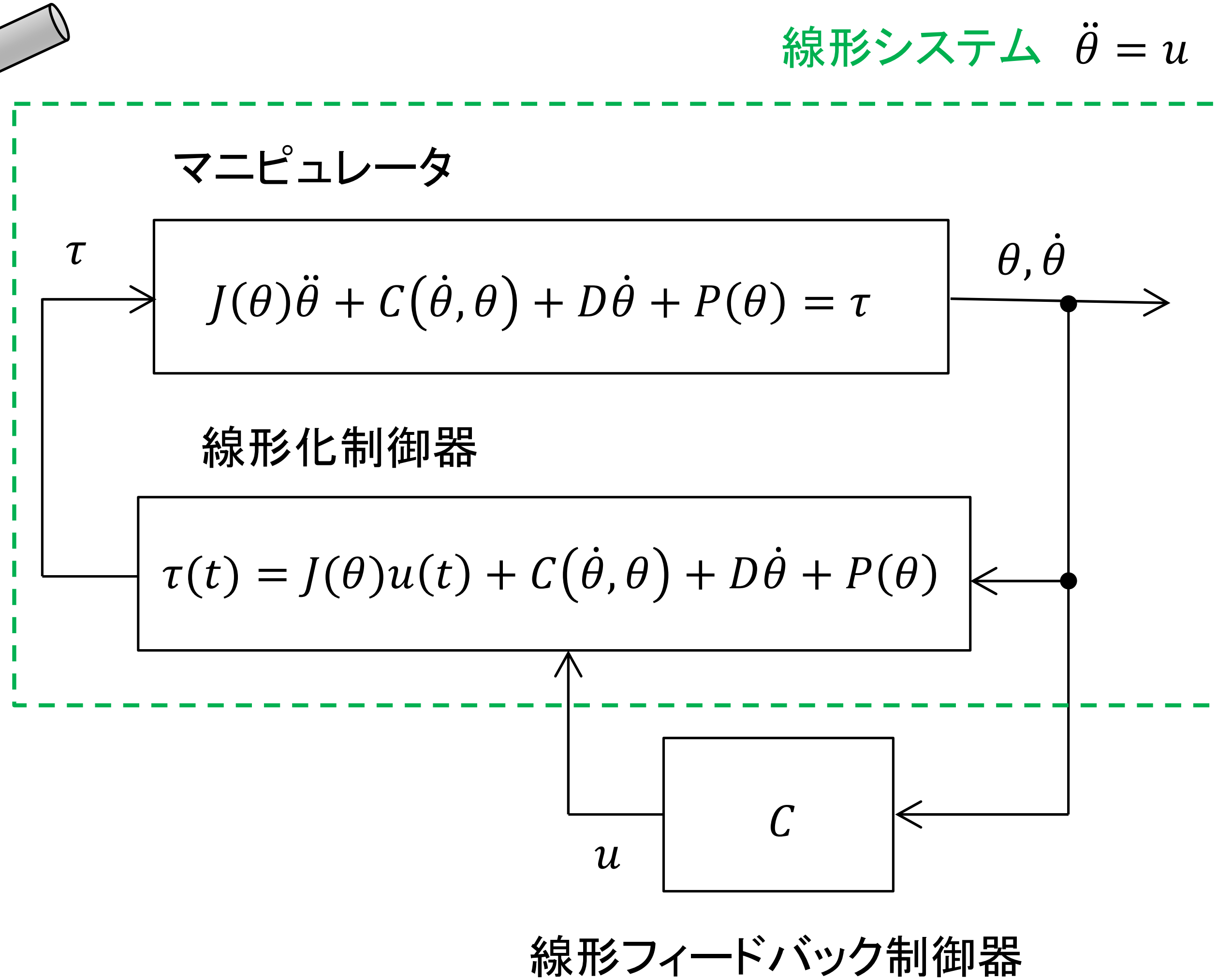
$$\Downarrow$$

$J(\theta)$ は一般に正則なので, 制御対象の微分方程式は $\ddot{\theta} = u$ となる.

$$\Downarrow$$

u から見たシステムは線形となる.


θ_3
θ_2
θ_1


線形システム $\ddot{\theta} = u$
マニピュレータ
τ
$J(\theta)\ddot{\theta} + C(\dot{\theta}, \theta) + D\dot{\theta} + P(\theta) = \tau$
$\theta, \dot{\theta}$
線形化制御器
$\tau(t) = J(\theta)u(t) + C(\dot{\theta}, \theta) + D\dot{\theta} + P(\theta)$
C
u
線形フィードバック制御器

例えばPD制御 $u = -K_P(\theta - \theta_r) - K_D\dot{\theta}$ を施すと

θ_r: 目標値

閉ループ系は $\ddot{\theta} = -K_P(\theta - \theta_r) - K_D\dot{\theta}$

⇩

$\theta(s) = (s^2 I + K_D s + K_P)^{-1} K_P \theta_r(s)$ となる.

スカラーの場合同様, 2次系の極配置を自由に設定できる.