

ロボティクス基礎

第1学期 木 Ⅲ・Ⅳ限 11:00-13:10

1号館 大講義室

担当: 平田 健太郎

4/16 第2回 運動方程式

講義日程(予定)

4/11	第1回	序論
4/16	* 第2回	運動方程式 (4/25休講分)
4/18	第3回	ラグランジュ法
5/9	第4回	座標変換
5/16	第5回	運動学・動力学
5/21	* 第6回	線形制御との関わり (5/23休講分)
5/30	第7回	サーボ系
6/6	第8回	まとめ/期末試験

* 補講

前回のおさらい

剛体の力学についての基本事項

2リンクアームの運動方程式 (初等的な導出)

■ Equation of Motion for Double Pendulum

第1リンク重心の並進運動

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \sin \theta_1) = F_z - F'_z \quad \dots (1)$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \cos \theta_1) = -m_1 g - F'_y + F_y \quad \dots (2)$$

第2リンク重心の並進運動

$$m_2 \frac{d^2}{dt^2} (2\ell_1 \sin \theta_1 + \ell_2 \sin \theta_2) = F'_z \quad \dots (3)$$

$$m_2 \frac{d^2}{dt^2} (2\ell_1 \cos \theta_1 + \ell_2 \cos \theta_2) = -m_2 g + F'_y \quad \dots (4)$$

第1リンクの重心まわりの回転運動

$$I_1 \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 + D_1 \dot{\theta}_1 - D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = (F_y + F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 - (F_z + F'_z) \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2 \cdots (5)$$

$$I_1 = \int_{-\ell_1}^{\ell_1} \left(\frac{m_1}{2\ell_1} \right) r^2 dr = \left(\frac{m_1}{2\ell_1} \right) 2 \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^{\ell_1} = \frac{1}{3} m_1 \ell_1^2$$

第2リンクの重心まわりの回転運動

$$I_2 \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = F'_y \ell_2 \sin \theta_2 - F'_z \ell_2 \cos \theta_2 + \tau_2 \cdots (6)$$

$$I_2 = \frac{1}{3} m_2 \ell_2^2$$

(1)～(6)から内力である F_z, F_y, F'_z, F'_y を消去する。

計算過程:

(1)より

$$m_1 \ell_1 \frac{d}{dt} (\cos \theta_1 \dot{\theta}_1) = m_1 \ell_1 (-\sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \cos \theta_1 \ddot{\theta}_1) = F_z - F'_z \quad \dots (7)$$

(2)より

$$m_1 \ell_1 (-\cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 - \sin \theta_1 \ddot{\theta}_1) = -m_1 g - F'_y + F_y \quad \dots (8)$$

(3)より

$$2m_2 \ell_1 (-\sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \cos \theta_1 \ddot{\theta}_1) + m_2 \ell_2 (-\sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2) = F'_z \quad \dots (9)$$

(4)より

$$2m_2 \ell_1 (-\cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 - \sin \theta_1 \ddot{\theta}_1) + m_2 \ell_2 (-\cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2 - \sin \theta_2 \ddot{\theta}_2) = -m_2 g + F'_y \quad \dots (10)$$

(9)より

$$F'_z = m_2 \ell_2 (\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2) + 2m_2 \ell_1 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \quad \dots (11)$$

(10)より

$$F'_y = m_2 g - m_2 \ell_2 (\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - 2m_2 \ell_1 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \quad \dots (12)$$

方針: まず, (5)式中の $F_z + F'_z$, $F_y + F'_y$ を消す.

(7), (11)から

$$F_z + F'_z = m_1 \ell_1 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) + 2m_2 \ell_2 (\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2) \\ + 4m_2 \ell_1 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \quad \dots (13)$$

(8), (12)から

$$F_y + F'_y = -m_1 \ell_1 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) + m_1 g + 2m_2 g \\ - 2m_2 \ell_2 (\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - 4m_2 \ell_1 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \quad \dots (14)$$

(5), (13), (14) から

$$\begin{aligned}
 & I_1 \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 + D_1 \dot{\theta}_1 - D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) - \tau_1 + \tau_2 \\
 &= -m_1 \ell_1^2 \sin \theta_1 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) + m_1 g \ell_1 \sin \theta_1 + 2m_2 g \ell_1 \sin \theta_1 \\
 &\quad - 2m_2 \ell_1 \ell_2 \sin \theta_1 (\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - 4m_2 \ell_1^2 \sin \theta_1 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \\
 &\quad - m_1 \ell_1^2 \cos \theta_1 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) - 2m_2 \ell_1 \ell_2 \cos \theta_1 (\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2) \\
 &\quad - 4m_2 \ell_1^2 \cos \theta_1 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) \\
 &\quad \tau_1 - \tau_2 = I_1 \ddot{\theta}_1 + (D_1 + D_2) \dot{\theta}_1 - D_2 \dot{\theta}_2 \\
 &\quad + m_1 \ell_1^2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) \ddot{\theta}_1 + 4m_2 \ell_1^2 (\sin^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_1) \ddot{\theta}_1 \\
 &\quad + 2m_2 \ell_1 \ell_2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2) \ddot{\theta}_2 \\
 &\quad + m_1 \ell_1^2 (\sin \theta_1 \cos \theta_1 - \cos \theta_1 \sin \theta_1) \dot{\theta}_1^2 + 4m_2 \ell_1^2 (\sin \theta_1 \cos \theta_1 - \cos \theta_1 \sin \theta_1) \dot{\theta}_1^2 \\
 &\quad + 2m_2 \ell_1 \ell_2 (\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - (m_1 + 2m_2) g \ell_1 \sin \theta_1
 \end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}\tau_1 - \tau_2 = & I_1 \ddot{\theta}_1 + m_1 \ell_1^2 \ddot{\theta}_1 + 4m_2 \ell_1^2 \ddot{\theta}_1 \\ & + 2m_2 \ell_1 \ell_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 - 2m_2 \ell_1 \ell_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 \\ & + (D_1 + D_2) \dot{\theta}_1 - D_2 \dot{\theta}_2 - (m_1 + 2m_2) g \ell_1 \sin \theta_1\end{aligned}$$

$$J_1 := I_1 + (m_1 + 4m_2) \ell_1^2 \quad \beta := 2m_2 \ell_1 \ell_2$$



$$\begin{aligned}J_1 \ddot{\theta}_1 + \beta \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 - \beta \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2 \\ + (D_1 + D_2) \dot{\theta}_1 - D_2 \dot{\theta}_2 - (m_1 + 2m_2) g \ell_1 \sin \theta_1 = \tau_1 - \tau_2\end{aligned}$$

(6), (11), (12) から

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + D_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = m_2 g \ell_2 \sin \theta_2$$

$$-m_2 \ell_2^2 \sin \theta_2 (\sin \theta_2 \ddot{\theta}_2 + \cos \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - 2m_2 \ell_1 \ell_2 \sin \theta_2 (\sin \theta_1 \ddot{\theta}_1 + \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2)$$

$$-m_2 \ell_2^2 \cos \theta_2 (\cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 - \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2) - 2m_2 \ell_1 \ell_2 \cos \theta_2 (\cos \theta_1 \ddot{\theta}_1 - \sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2) + \tau_2$$



$$I_2 \ddot{\theta}_2 + D_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + 2m_2 \ell_1 \ell_2 (\cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2) \ddot{\theta}_1$$

$$+ m_2 \ell_2^2 (\sin^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_2) \ddot{\theta}_2 + 2m_2 \ell_1 \ell_2 (\cos \theta_1 \sin \theta_2 - \sin \theta_1 \cos \theta_2) \dot{\theta}_1^2$$

$$+ m_2 \ell_2^2 (\sin \theta_2 \cos \theta_2 - \sin \theta_2 \cos \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 = \tau_2$$



$$I_2 \ddot{\theta}_2 + D_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 + m_2 \ell_2^2 \ddot{\theta}_2 - \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 = \tau_2$$



$$J_2 := I_2 + m_2 \ell_2^2$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + D_2(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 = \tau_2$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + \beta \cos(\theta_2 - \theta_1) \ddot{\theta}_2 - \beta \sin(\theta_2 - \theta_1) \dot{\theta}_2^2$$

$$+ (D_1 + D_2) \dot{\theta}_1 - D_2 \dot{\theta}_2 - (m_1 + 2m_2) g \ell_1 \sin \theta_1 = \tau_1 - \tau_2$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 = \tau_2$$



$$\begin{bmatrix} J_1 & \beta \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ \beta \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} D_1 + D_2 & -D_2 \\ -D_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (m_1 + 2m_2) g \ell_1 \sin \theta_1 \\ m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 - \tau_2 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

結果:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{c} \text{慣性に関する部分} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \left[\begin{array}{c} \text{遠心力に関する部分} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} \\ & + \left[\begin{array}{c} \text{粘性摩擦に関} \\ \text{する部分} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \left[\begin{array}{c} \text{重力に関する部分} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{駆動トルクに関する部分} \end{array} \right] \end{aligned}$$

$$J_1 = I_1 + (m_1 + 4m_2)\ell_1^2, \quad J_2 = I_2 + m_2\ell_2^2, \quad \beta = 2m_2\ell_1\ell_2$$

途中経過は煩雑だが、結果は意外と均整がとれている。

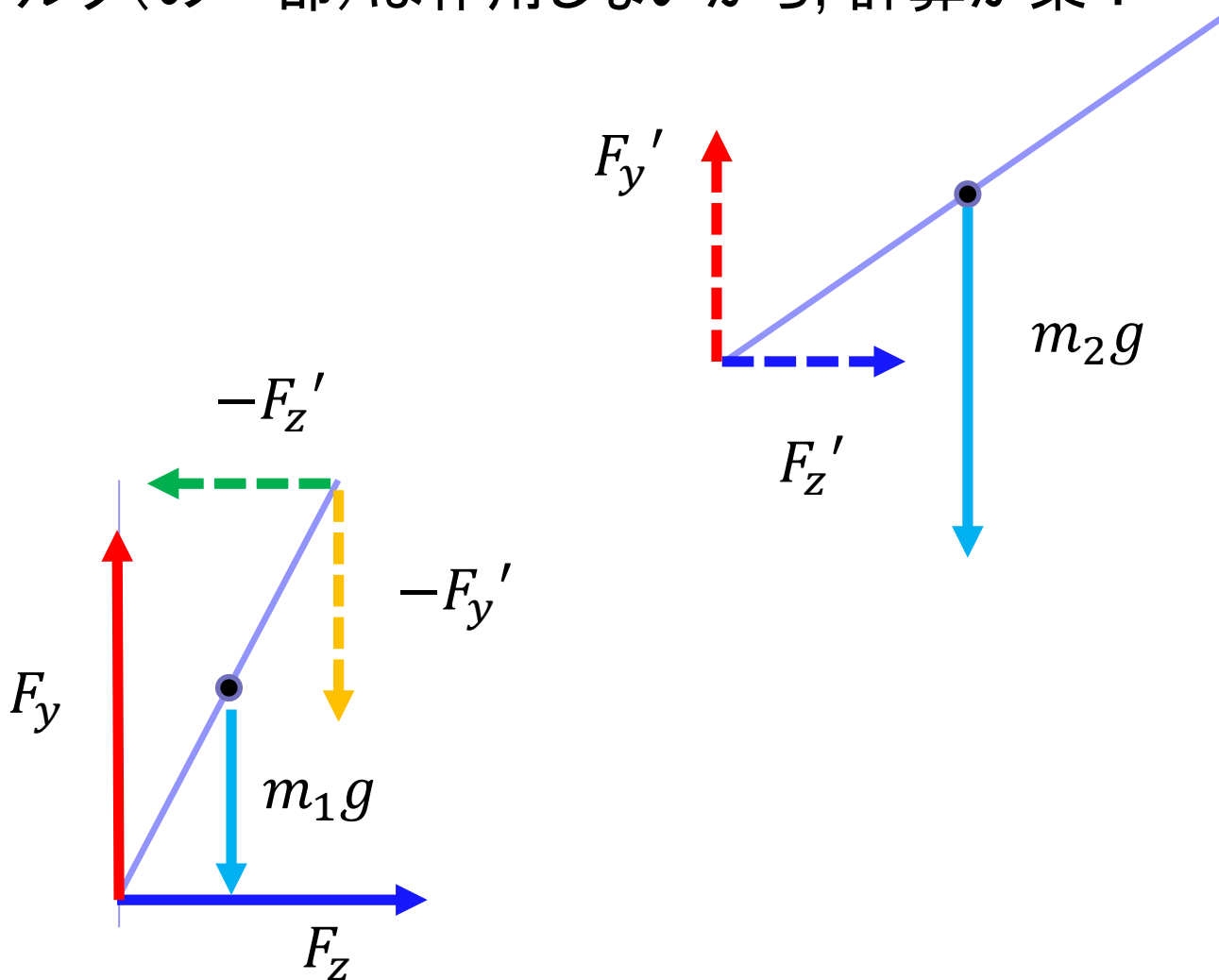
結果:

$$\begin{bmatrix} J_1 & \beta \cos(\theta_2 - \theta_1) \\ \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) & J_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \\ \beta \sin(\theta_2 - \theta_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1^2 \\ \dot{\theta}_2^2 \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} D_1 + D_2 & -D_2 \\ -D_2 & D_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (m_1 + 2m_2)g\ell_1 \sin \theta_1 \\ m_2g\ell_2 \sin \theta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 - \tau_2 \\ \tau_2 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = I_1 + (m_1 + 4m_2)\ell_1^2, \quad J_2 = I_2 + m_2\ell_2^2, \quad \beta = 2m_2\ell_1\ell_2$$

途中経過は煩雑だが、結果は意外と均整がとれている。

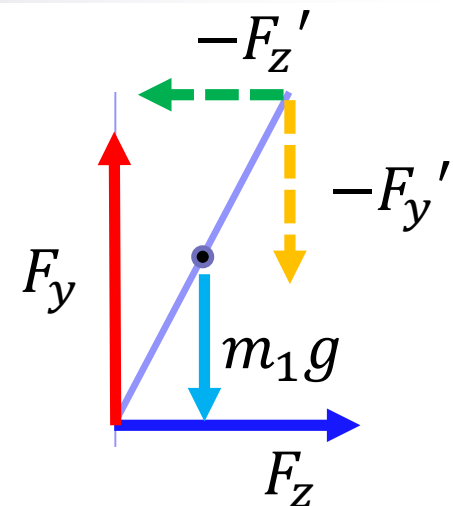
各リンクの回転運動を, 根本側の関節まわりで考えれば,
内力のトルク(の一部)は作用しないから, 計算が楽?



第1リンクの重心まわりの回転運動

$$I_1 \frac{d^2}{dt^2} \theta_1 + D_1 \dot{\theta}_1 - D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = (F_y + F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 - (F_z + F'_z) \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2 \cdots (A)$$

$$I_1 = \frac{1}{3} m_1 \ell_1^2$$



第1リンクの関節まわりの回転運動

$$I_1' \ddot{\theta}_1 + D_1 \dot{\theta}_1 - D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = (m_1 g + 2 F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 - 2 F'_z \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2 \cdots (B)$$

$$I_1' = \int_0^{2\ell_1} \left(\frac{m_1}{2\ell_1} \right) r^2 dr = \left(\frac{m_1}{2\ell_1} \right) \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^{2\ell_1} = \frac{4}{3} m_1 \ell_1^2$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \sin \theta_1) = F_z - F'_z$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \cos \theta_1) = -m_1 g - F'_y + F_y$$

(第1リンク重心の並進運動)

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \sin \theta_1) = F_z - F'_z = m_1 \ell_1 (-\sin \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \cos \theta_1 \ddot{\theta}_1)$$

$$m_1 \frac{d^2}{dt^2} (\ell_1 \cos \theta_1) = -m_1 g - F'_y + F_y = m_1 \ell_1 (-\cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 - \sin \theta_1 \ddot{\theta}_1)$$



$$-F'_z \ell_1 \cos \theta_1 = m_1 \ell_1^2 (-\sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \cos^2 \theta_1 \ddot{\theta}_1) - F_z \ell_1 \cos \theta_1$$

$$(m_1 g + F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 = m_1 \ell_1^2 (\sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \sin^2 \theta_1 \ddot{\theta}_1) + F_y \ell_1 \sin \theta_1$$



∴ (B)の右辺

$$(m_1 g + 2 F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 - 2 F'_z \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2$$

$$=(m_1 g + F'_y) \ell_1 \sin \theta_1 + F'_y \ell_1 \sin \theta_1 - F'_z \ell_1 \cos \theta_1 - F'_z \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2$$

$$=m_1 \ell_1^2 (\sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \sin^2 \theta_1 \ddot{\theta}_1) + F_y \ell_1 \sin \theta_1 + F'_y \ell_1 \sin \theta_1$$

$$+ m_1 \ell_1^2 (-\sin \theta_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1^2 + \cos^2 \theta_1 \ddot{\theta}_1) - F_z \ell_1 \cos \theta_1 - F'_z \ell_1 \cos \theta_1 + \tau_1 - \tau_2$$

$$=m_1 \ell_1^2 \ddot{\theta}_1 - (F_z + F'_z) \ell_1 \cos \theta_1 + (F_y + F'_y) \ell_1 \sin \theta_1$$

∴ (A), (B)は同値

第2リンク重心まわりの回転運動

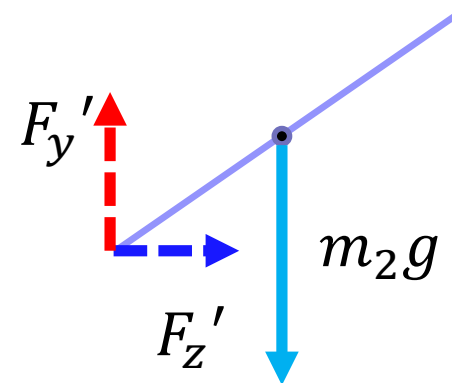
$$I_2 \frac{d^2}{dt^2} \theta_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = F_y' \ell_2 \sin \theta_2 - F_z' \ell_2 \cos \theta_2 + \tau_2$$

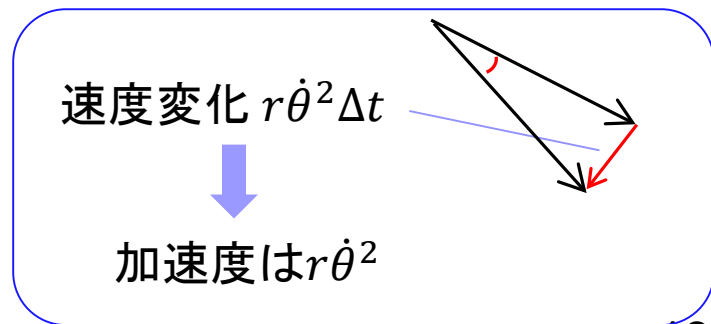
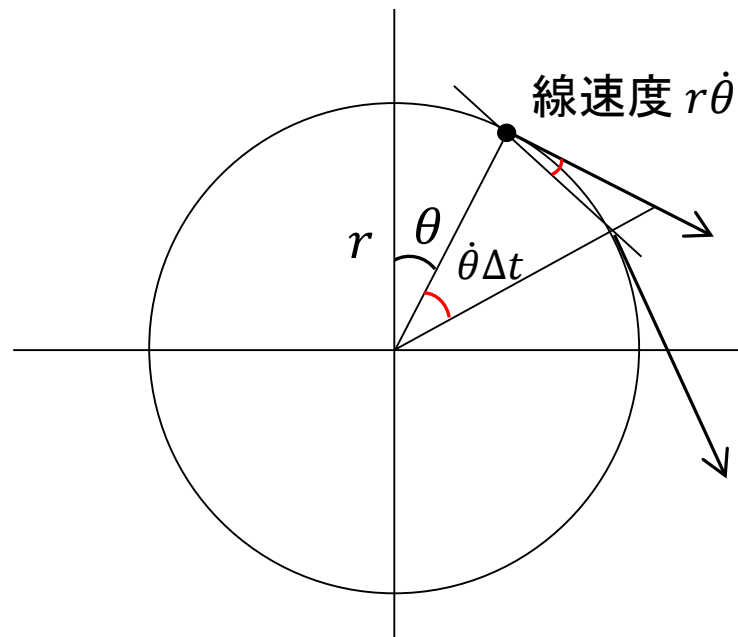
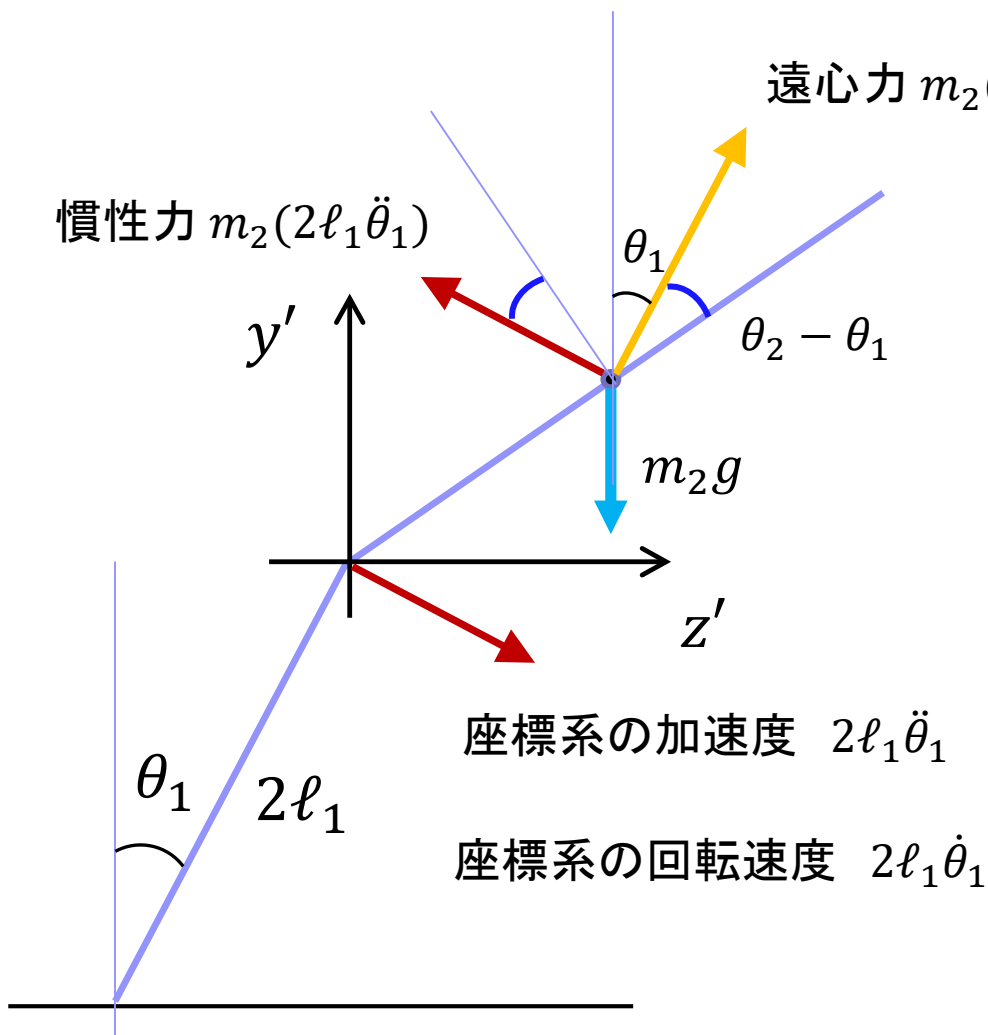
第2リンクの関節まわりの回転運動

$$I_2' \ddot{\theta}_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) = \tau_2 + m_2 g \ell_2 \sin \theta_2$$



これは誤り. 慣性座標系(静止座標系)で定式化した先の場合とは異なり, 運動座標系から現象を見ているため, 慣性力・遠心力が作用する.





第2リンクの関節まわりの回転運動

$$\begin{aligned} I_2'' \ddot{\theta}_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) \\ = \tau_2 + m_2 g \sin \theta_2 - m_2 (2\ell_1) \dot{\theta}_1^2 \ell_2 \sin(\theta_2 - \theta_1) - m_2 (2\ell_1 \ddot{\theta}_1) \ell_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) \end{aligned}$$



$$J_2 \ddot{\theta}_2 + D_2 (\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + \beta \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 - \beta \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 - m_2 g \ell_2 \sin \theta_2 = \tau_2$$

慣性力・遠心力を考慮すれば、(当然ながら)元と同じになる.後の一般的な方法でも運動座標系を考える.

微分方程式の講義では、与えられた方程式の解をどのように手計算で求めるかが中心課題であった。

そのことにも一定の価値はあるものの、工学的応用の観点から見れば、手計算で解ける微分方程式は稀であり、解析解が求まらない場合に、いかにしてその解を数値計算によって求めるか、が重要な課題である。

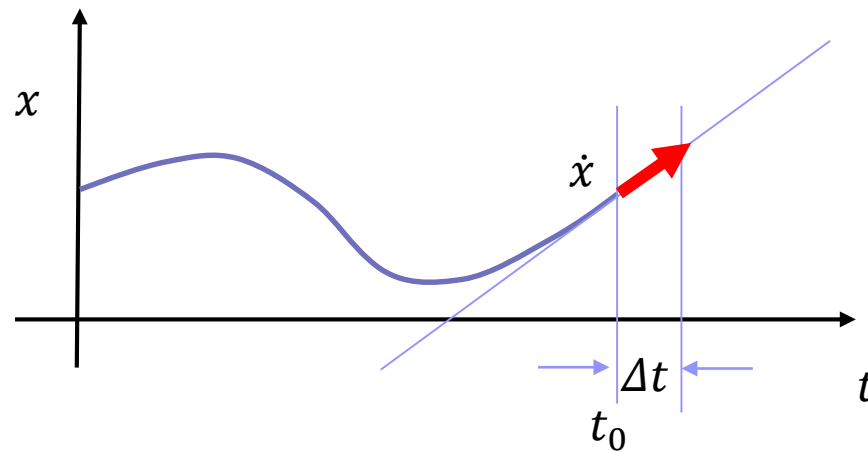
(しかし残念ながらシステム工学コースの現行カリキュラムでは、これを教える講義は存在しない。)

数値計算法の例：オイラー法

$\dot{x} = f(t, x), x(t_0) = x_0$ に対して

$$x(t_0 + \Delta t) = x(t_0) + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \dot{x}(\tau) d\tau = x(t_0) + \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f(t, x) d\tau$$

$\int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f(t, x) d\tau \simeq \Delta t f(t_0, x(t_0))$ なる近似を用いる



一般のロボットの運動方程式: $J(\theta)\ddot{\theta} + C(\dot{\theta}, \theta) + D\dot{\theta} + P(\theta) = \tau$



$$\frac{d}{dt}\dot{\theta} = \ddot{\theta} = J(\theta)^{-1}[\tau - C(\dot{\theta}, \theta) - D\dot{\theta} - P(\theta)]$$

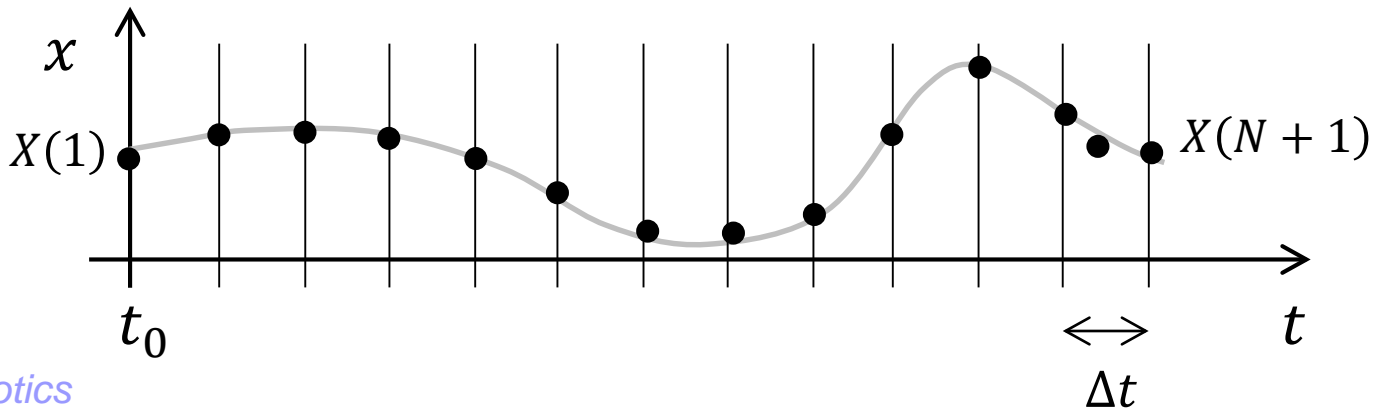
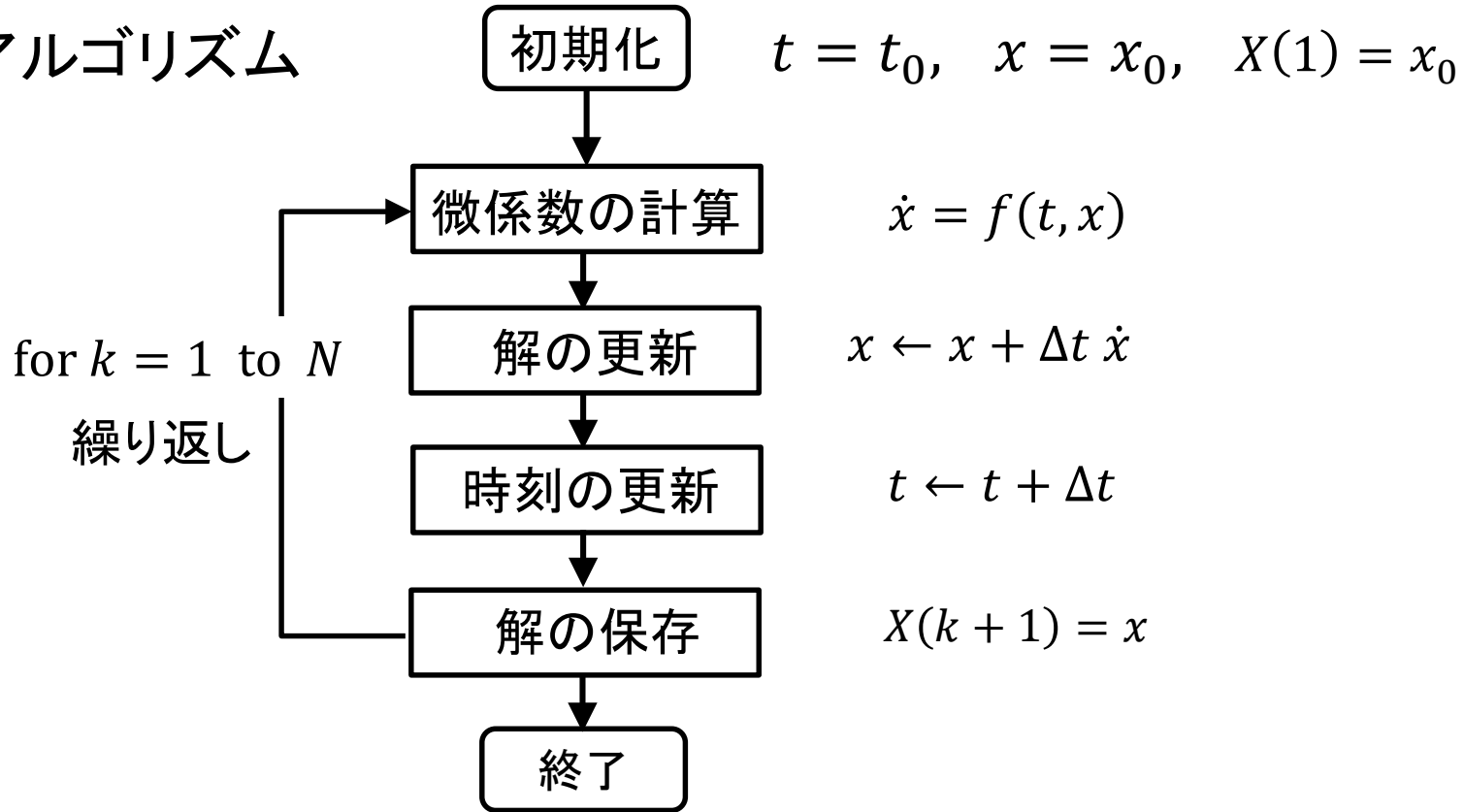
$$\frac{d}{dt}\theta = \dot{\theta}$$



$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad f(x, t) = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ J(\theta)^{-1}[\tau - C(\dot{\theta}, \theta) - D\dot{\theta} - P(\theta)] \end{bmatrix} \quad \text{とおくと}$$

$\dot{x} = f(t, x)$ であるので, 初期値 $\theta(0), \dot{\theta}(0)$ と $\tau(t)$ が与えられれば
解軌道 $\theta(t), \dot{\theta}(t)$ を計算できる.

アルゴリズム



やってみた


```

clear;

te = 15;
dt=1/1000;

nt=te/dt+1;

t=linspace(0, te, nt);

th1=pi/6;
th2=pi/4;
dth1=0;
dth2=0;

m1=1;
m2=1;
l1=0.5;
l2=0.3;
D1=0.01;
D2=0.01;

MD=[D1+D2 -D2; -D2 D2];

g=9.8;

I1=1/3*m1*l1^2;
I2=1/3*m2*l2^2;

J1=I1+(m1+4*m2)*l1^2;
J2=I2+m2*l2^2;

beta=2*m2*l1*l2;

```

```

x0=[th1; th2; dth1; dth2];

x=x0;

recx=x0;

for k=1:nt-1;

    lth1=dth1;
    lth2=dth2;

    J=[J1 beta*cos(th2-th1); -beta*cos(th1-th2) J2];

    vldth=-inv(J)*([beta*sin(th1-th2)*dth2^2; .....
                    beta*sin(th2-th1)*dth1^2].....
                  +MD*[dth1; dth2].....
                  -[(m1+2*m2)*g*l1*sin(th1); m2*g*l2*sin(th2)]);

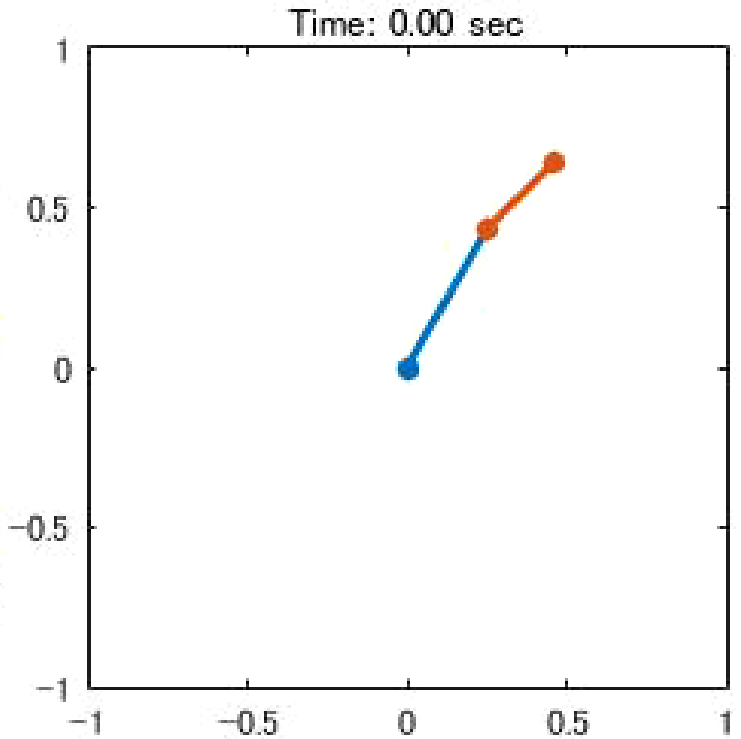
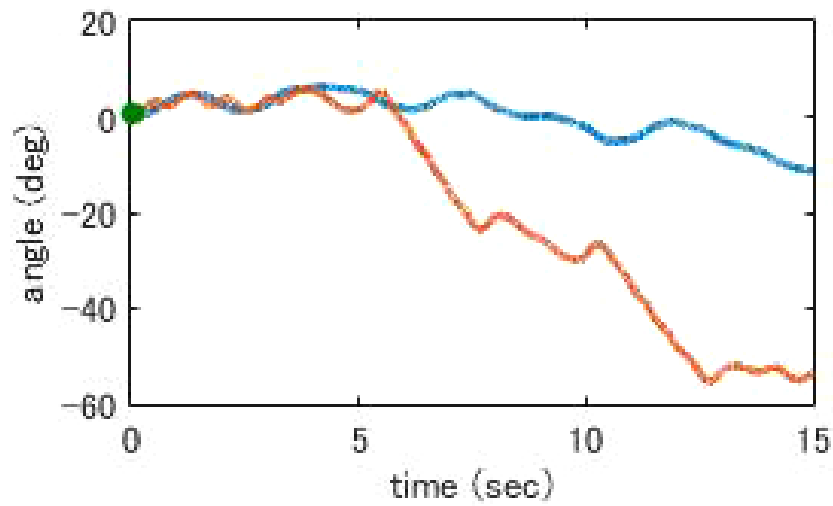
    ldth1=vldth(1);
    ldth2=vldth(2);

    nx=x+[lth1; lth2; ldth1; ldth2]*dt;
    recx=[recx nx];
    x=nx;

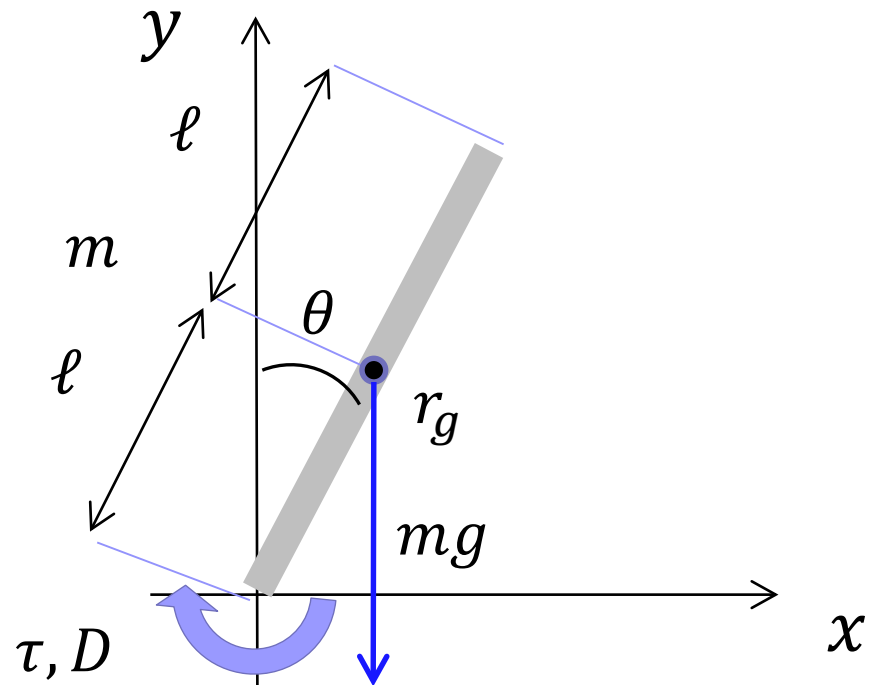
    th1=nx(1);
    th2=nx(2);
    dth1=nx(3);
    dth2=nx(4);

end

```



1リンクの場合:



重心周りの運動を考えると、回転軸で働く拘束力のモーメントを考えなければならない。



回転軸周りの運動を考えるならば、重力のみを考慮すればよい



Just do it

回転軸まわりの慣性モーメントは $I' = \int_0^{2\ell} \frac{m}{2\ell} r^2 dr = \frac{4}{3} m\ell^2$

回転の角速度は $\dot{\theta}$

回転を妨げる方向に粘性摩擦トルク $D\dot{\theta}$, 回転を助長する方向に重力によるトルク $mg\ell \sin \theta$ および駆動トルク τ_1 が作用する.

オイラーの運動方程式は

$$\frac{4}{3} m\ell^2 \ddot{\theta} = -D\dot{\theta} + mg\ell \sin \theta + \tau_1$$

レポート課題:

IEEE Spectrum の記事 article1 ("IRON MAN"
SUITS ARE COMING TO FACTORY FLOORS)
を読んで, A4一枚程度に要約する

提出: 4/18 講義冒頭